JEE MAIN JAN'19

QUESTION WITH SOLUTION

DATE : 10-01-2019 _ EVENING

MOTION™
Nurturing potential through education
H.O. : 394, Rajeev Gandhi Nagar, Kota
www.motion.ac.in | : info@motion.ac.in

1. एक त्रिभुज के दो शीर्ष (0, 2) तथा (4, 3) हैं। यदि इसका लंबकेंद्र मूलबिंदु पर हैं, तो इसका तीसरा शीर्ष किस चतुर्थांश में है?

(A) चौथा (B) तीसरा (C) प्रथम (D) दूसरा

Sol. **D**

Equation of line BC is y = 3

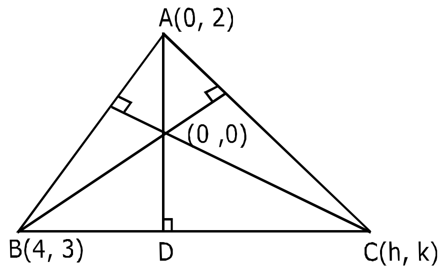
$\Rightarrow k = 3$

Eqaution of line AC is $y - 2 = -\frac{4}{3}(x-0)$

$\Rightarrow 3y + 4x = 6$

Passes through (h, 3)

$9 + 4h = 6 \Rightarrow h = -\frac{3}{4}$



orthocentre is = $(-3/4, 3)$ lie in second quadrent

2. $\cot\left(\sum_{n=1}^{19}\cot^{-1}\left(1+\sum_{p=1}^{n}2p\right)\right)$ का मान हैं :

(A) $\frac{19}{21}$ (B) $\frac{23}{22}$ (C) $\frac{22}{23}$ (D) $\frac{21}{19}$

Sol. **D**

$$\sum_{n=1}^{19}\cot^{-1}\left(1+\sum_{p=1}^{n}2p\right) = \sum_{n=1}^{19}\cot^{-1}[1+n(n+1)]$$

$$= \sum_{n=1}^{19}\tan^{-1}\left[\frac{1}{1+n(n+1)}\right]$$

$$= \sum_{n=1}^{19}\tan^{-1}\left[\frac{(n+1)-n}{1+n(n+1)}\right]$$

$$= \sum_{n=1}^{19}\tan^{-1}(n+1) - \tan^{-1}n$$

$$= \left(\tan^{-1}2 - \tan^{-1}1\right) + \left(\tan^{-1}3 - \tan^{-1}2\right) + \ldots\ldots\ldots + \left(\tan^{-1}20 - \tan^{-1}19\right)$$

$$= \left(\tan^{-1}20 - \frac{\pi}{4}\right)$$

Now,

$$\cot[\tan^{-1}20 - \pi/4] = \frac{1}{\tan[\tan^{-1}20 - \pi/4]} = \frac{1+(20)(1)}{20-1} = \frac{21}{19}$$

3. वक्र $y = xe^{x^2}$ की वह स्पर्श रेखा जो बिंदु (1, e) से हो कर जाती हैं, निम्न में से किस बिंदु से भी होकर जाती हैं?

(A) $\left(\frac{5}{3}, 2e\right)$ (B) (3, 6e) (C) (2, 3e) (D) $\left(\frac{4}{3}, 2e\right)$

Sol. **D**

$$\frac{dy}{dx} = e^{x^2}1 + xe^{x^2}.2x$$

$$= e^{x^2}[1+2x^2]$$

$\left(\frac{dy}{dx}\right)_{(1,e)} = 3e$

Equation of tagent y – e = 3e (x – 1) which passes though $\left(\frac{4}{3}, 2e\right)$

4. निम्न तीन कथनों पर विचार कीजिए:
P : 5 एक अभाज्य संख्या हैं।
Q : सात 192 का एक गुणनखण्ड है।
R : 5 तथा 7 का L.C.M. 35 हैं।
तो निम्न में से कौन से एक कथन का सत्यमान (true value) सत्य (T) हैं?

(A) $(\sim P)\wedge(\sim Q\wedge R)$ (B) $(\sim P)\vee(Q\wedge R)$ (C) $(P\wedge Q)\vee(\sim R)$ (D) $P\vee(\sim Q\wedge R)$

Sol. **D**

P	Q	~Q	R	$\sim Q\wedge R$	$P\vee(\sim Q\wedge R)$
T	F	T	T	T	T

5. यदि $\sum_{r=0}^{25}\left\{{}^{50}C_r \cdot {}^{50-r}C_{25-r}\right\} = K\left({}^{50}C_{25}\right)$ है, तो K बराबर हैं:

(A) 2^{24} (B) 2^{25} (C) 2^{25-1} (D) $(25)^2$

Sol. **B**

$$\sum_{r=0}^{25} {}^{50}C_r \cdot {}^{50-r}C_{25-r} = k\,{}^{50}C_{25}$$

$$\sum_{r=0}^{25} \frac{\underline{|50}}{\underline{|r}\,\underline{|50-r}}\frac{\underline{|50-r}}{\underline{|25-r}\,\underline{|25}} = k\,{}^{50}C_{25}$$

$$\sum_{r=0}^{25} \frac{\underline{|50}\,\underline{|25}}{\underline{|r}\,\underline{|25-r}\,(\underline{|25})(\underline{|25})} = k.{}^{50}C_{25}$$

$${}^{50}C_{25}\sum_{r=0}^{25} {}^{25}C_r = k\,{}^{50}C_{25} \Rightarrow {}^{25}C_0 + {}^{25}C_1 + \ldots\ldots + {}^{25}C_{25} = k$$

$\Rightarrow K = 2^{25}$

6. $\int_{-\pi/2}^{\pi/2}\frac{dx}{[x]+[\sin x]+4}$ का मान, जहाँ [t] वह महत्तम पूर्णांक है जो t से कम या उसके बराबर हैं, हैं:

(A) $\frac{3}{20}(4\pi-3)$ (B) $\frac{1}{12}(7\pi+5)$ (C) $\frac{3}{10}(4\pi-3)$ (D) $\frac{1}{12}(7\pi-5)$

Sol. **A**

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{-1}\frac{dx}{-2-1+4} + \int_{-1}^{0}\frac{dx}{-1-1+4} + \int_{0}^{1}\frac{dx}{4} + \int_{1}^{\pi/4}\frac{dx}{1+0+4}$$

$$\Rightarrow (x)_{\pi/2}^{-1} + \frac{1}{2}(x)_{-1}^{0} + \frac{1}{4}(x)_{0}^{1} + \frac{1}{5}(x)_{1}^{\pi/2}$$

$$\Rightarrow -1+\frac{\pi}{2}+\frac{1}{2}(1)+\frac{1}{4}(1)+\frac{1}{5}\left(\frac{\pi}{2}-1\right)$$

$$\Rightarrow \frac{-1}{1}+\frac{\pi}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{\pi}{10}-\frac{1}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{-20+10\pi+10+5+2\pi-4}{20}$$

$$\Rightarrow \frac{12\pi-9}{20}$$

7. $\cos\frac{\pi}{2^2}\cdot\cos\frac{\pi}{2^3}\cdot\ldots\ldots\ldots\cos\frac{\pi}{2^{10}}\cdot\sin\frac{\pi}{2^{10}}\cdot$ का मान हैं :

(A) $\frac{1}{256}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{1}{1024}$ (D) $\frac{1}{512}$

Sol. D

Let $\frac{\pi}{2^{10}}=\theta$

$\frac{\pi}{2^9}=2\theta$

$(\cos\theta\cos 2\theta - \cos 2^8\theta)\sin(\pi/2^{10})$

$$\frac{\sin\left(2^9\frac{\pi}{2^{10}}\right)}{2^9\sin\left(\frac{\pi}{2^{10}}\right)}.\sin\left(\frac{\pi}{2^{10}}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)}{2^9}\Rightarrow\frac{1}{2^9}$$

8. माना समुच्चय N प्राकत संख्याओं को दर्शाता है तथा दो फलन f और g निम्न तरीके से परिभाषित हैं: f, g: N $\rightarrow$ N

$f(n)=\begin{cases}\frac{n+1}{2} & \text{जब n विषम हैं}\\ \frac{n}{2} & \text{जब n सम हैं}\end{cases}$ तथा $g(n) = n - (-1)^n$; तो फलन fog.

(A) एकैकी तथा आच्छादी दोनों हैं।

(B) न आच्छादी है और न ही एकैकी हैं।

(C) एकैकी है परन्तु आच्छादी नहीं हैं।

(D) आच्छादी है परन्तु एकैकी नहीं है।

Sol. D

$$g(n)=\begin{cases} n+1, & n \text{ odd}\\ n-1, & n \text{ even}\end{cases}$$

n=1 f(g(1)) = f(2) = 1

n=2 f(g(2)) = f(1) = 1

$\rightarrow$ Many one

n=3 f(g(3)) = f(4) = 2

n=4 f(g(4)) = f(3) = 2

This will give all values of the n

function is many one, onto functions

9. यदि $\int_0^x f(t)dt = x^2 + \int_x^1 t^2 f(t)dt$ हैं, तो f'(1/2) हैं :

(A) $\frac{24}{25}$ (B) $\frac{4}{5}$ (C) $\frac{6}{25}$ (D) $\frac{18}{25}$

Sol. **A**

Diff. both sides

f(x) = 2x + [0– x^2 f(x)]

$\Rightarrow$ $f(x) = \frac{2x}{1+x^2}$

$$f'(x) = \frac{(1+x^2)2-(2x)(2x)}{(1+x^2)^2}$$

put $x = \frac{1}{2}$

$$f'\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{2\left(\frac{5}{4}\right)-(4)\left(\frac{1}{4}\right)}{\left(1+\frac{1}{4}\right)^2}$$

$$= \frac{\left(\frac{5}{2}-1\right)}{\left(\frac{5}{4}\right)^2}$$

$$= \frac{24}{25}$$

10. λ का वह धनात्मक मान जिसके लिए व्यंजक $x^2\left(\sqrt{x}+\frac{\lambda}{x^2}\right)^{10}$ में x^2 का गुणांक 720 हैं, हैं:

(A) $\sqrt{5}$ (B) $2\sqrt{2}$ (C) 4 (D) 3

Sol. **C**

$x^2\ [\sqrt{x}+\lambda/x^2]^{10}$

$x^2\ {}^{10}C_r(\sqrt{x})^{10-r}\left(\lambda/x^2\right)^r$

${}^{10}C_r(x)^{(5-r/2)}\lambda^r\ x^{2-2r}$

${}^{10}C_r\lambda^r\ x^{(7-5r/2)}$ for coff. of x^2 = $7-\frac{5r}{2}=2 \Rightarrow r = 2$

$\Rightarrow {}^{10}C_2\lambda^2 = 720$

$\Rightarrow 45\lambda^2 = 720 \Rightarrow \lambda^2 = 16 \Rightarrow \lambda = 4$

11. $\theta \in (0, \pi)$ के ऐसे मानों की संख्या, जिनके लिए निम्न रैखिक समीकरण निकाय x + 3y + 7z = 0, –x + 4y + 7z = 0, (sin3θ)x + (cos2θ)y + 2z = 0 का एक अतुच्छ हल हैं, है:

(A) चार (B) तीन (C) दों (D) एक

Sol. **C**

$$\begin{vmatrix} 1 & 3 & 7 \\ -1 & 4 & 7 \\ \sin 3\theta & \cos 2\theta & 2 \end{vmatrix} = 0$$

$R_1 \to R_1 + R_2$

$$(7)\begin{vmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -1 & 4 & 7 \\ \sin 3\theta & \cos 2\theta & 2 \end{vmatrix} = 0$$

$(7)\ [(2 + 7\sin 3\theta) + 2(-\cos 2\theta - 4\sin 3\theta)] = 0$

$\Rightarrow$ $2 + 7\sin 3\theta - 2\cos 2\theta - 8\sin 3\theta = 0$

$\Rightarrow$ $2\,(1-\cos 2\theta) = \sin 3\theta$

$\Rightarrow$ $2\,.\,2\sin^2\theta = 3\sin\theta - 4\sin^3\theta$

$\Rightarrow$ $\sin\theta\,[3-4\sin^2\theta - 4\sin\theta] = 0$

$\sin\theta \neq 0\ (\theta \in (0, \pi))$ $\Rightarrow 4\sin^2\theta + 4\sin\theta - 3 = 0$

$\Rightarrow (2\sin\theta + 3)(2\sin\theta - 1)$

$\Rightarrow \sin\theta = -\frac{3}{2}, \frac{1}{2}$

$\sin\theta = -\frac{3}{2}$ is not possible

$\theta = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$

Number of values of θ is 2.

12. माना $z = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}\right)^5 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2}\right)^5$ हैं। यदि R(z) तथा I(z) क्रमशः z के वास्तविक तथा काल्पनिक भागों को दर्शाता हैं, तोः

(A) $R(z) = -3$
(B) $R(z) < 0$ तथा $I(z) > 0$
(C) $I(z) = 0$
(D) $R(z) > 0$ तथा $I(z) > 0$

Sol. **C**

$$Z = \left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right)^5 + \left[\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) + \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)\right]^5$$

$$= \cos\frac{5\pi}{6} + i\sin\frac{5\pi}{6} + \cos\left(\frac{5\pi}{6}\right) + i\sin\left(-\frac{5\pi}{6}\right)$$

$$= \cos\frac{5\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6} + \cos\frac{5\pi}{6} + i\sin\left(-\frac{5\pi}{6}\right)$$

$\text{Re}\,(Z) = -2\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\quad I_m(z) = 0$

13. अवकल समीकरण $(x^2 - y^2)dx + 2xy\,dy = 0$ द्वारा निरूपित वक्रों के कुल (family) का वह वक्र जो (1, 1) से होकर जाता हैं, हैं:

(A) एक वत्त जिसका केंद्र x-अक्ष पर हैं।
(B) एक वत्त जिसका केंद्र y-अक्ष पर हैं।
(C) एक अतिपरवलय जिसका अनुप्रस्थ–अक्ष x-अक्ष की दिशा में हैं।
(D) एक दीर्घवत्त जिसका दीर्घ अक्ष y-अक्ष की दिशा में है।

Sol. **A**

M-I $(x^2 - y^2)\,dx = -2xy\,dy$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y^2 - x^2}{2xy}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{(y/x)^2 - 1}{2(y/x)}$$

put $y/x = v$

$$v + x\frac{dv}{dx} = \frac{v^2 - 1}{2v}$$

$$x\frac{dv}{dx} = \frac{-1 - v^2}{2v}$$

$$\Rightarrow \int \frac{-2v}{v^2 + 1}dv = \int \frac{dx}{x}$$

$\Rightarrow -\ell n\,(v^2 + 1) = \ell nx + c$

$\Rightarrow\ -\ell n(y^2/x^2 + 1) = \ell nx + c$ —(1)

passes through (1, 1)

$-\ \ell n2 = c$

From (1)

$$\ell n(2) - \ell n\left(\frac{y^2}{x^2} + 1\right) = \ln x$$

$$\ell n\left(\frac{2}{\frac{y^2}{x^2} + 1}\right) = \ln x$$

$$\frac{2x^2}{y^2 + x^2} = x \qquad \Rightarrow x^2 + y^2 = 2x$$

circle which centre = (1, 0)

M-II

$x^2\,dx = y^2\,dx - 2xy\,dy$

$\Rightarrow -dx = d(y^2/x)$

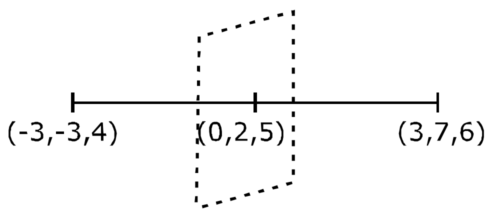
$\Rightarrow -x = y^2/x + c$

passes though (1, 1) $\Rightarrow c = -2$

14. वह समतल जो बिंदुओं (–3, –3, 4) तथा (3, 7, 6) को मिलाने वाले रेखाखण्ड का लंबसमद्विभाजन करता है, निम्न में से किस एक बिंदु से हो कर जाता हैं?

(A) (4, –1, 7) (B) (–2, 3, 5) (C) (2, 1, 3) (D) (4, 1, – 2)

Sol. **D**



Direction ratios of Normal = (6, 10, 2)

equation of plane $\Rightarrow \bar{r}\,.\,(6, 10, 2) = (0,2, 5)\,(6, 10, 2)$

$\Rightarrow 6x + 10y + 2z = 20 + 10$

$\Rightarrow 3x + 5y + z = 15$

Which satisfy by point (4, 1, –2)

15. माना $a_1, a_2, a_3 \ldots\ldots, a_{10}$ गुणोत्तर श्रेढ़ी में हैं तथा $i = 1, 2, \ldots., 10$ के लिए $a_i > 0$ है और S, ऐसे युग्मों (r, k), $r, k \in N$ (प्राकत संख्याओं का समुच्चय) का समुच्चय है जिनके लिए

$$\begin{vmatrix} \log_e a_1^r a_2^k & \log_e a_2^r a_3^k & \log_e a_3^r a_4^k \\ \log_e a_4^r a_5^k & \log_e a_5^r a_6^k & \log_e a_6^r a_7^k \\ \log_e a_7^r a_8^k & \log_e a_8^r a_9^k & \log_e a_9^r a_{10}^k \end{vmatrix} = 0$$

तो S के अवयवों की संख्या है :

(A) 10 (B) 2 (C) अनन्त (D) 4

Sol. **C**

Let common ratios is R $\Rightarrow a_3 = a_4 R,\ a_3 = a_2 R$ Apply $C_3 \to C_3 - C_2, C_2 \to C_2 - C_1$

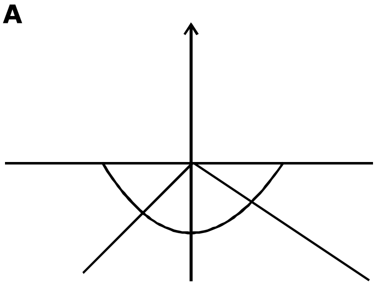
$$\Delta = \begin{vmatrix} \ell n\, a_1^r a_2^k & \ell n(R)^{r+k} & \ell n R^{(r+k)} \\ \ell n\, a_4^r a_5^k & \ell n(R)^{r+k} & \ell n R^{(r+k)} \\ \ell n\, a_7^r a_8^k & \ell n(R)^{r+k} & \ell n R^{(r+k)} \end{vmatrix}$$

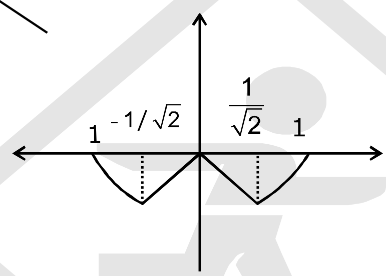
$\Delta = 0 \ \to$ Infinite value satisfy this

16. माना f: (–1, 1) $\to$ R एक फलन हैं जो $f(x) = \max\left\{-|x|, -\sqrt{1-x^2}\right\}$ द्वारा परिभाषित हैं। यदि K उन सभी बिंदुओं का समुच्चय है जिन पर f अवकलनीय नहीं है, तो K में मात्र (exactly) :

(A) तीन अवयव हैं। (B) एक अवयव हैं। (C) पाँच अवयव हैं। (D) दो अवयव हैं।

Sol. **A**



$\max^m\left(-|x|, -\sqrt{1-x^2}\right) =$ 

not diff at $x = \pm\dfrac{1}{\sqrt{2}}, 0$

17. परवलय $x^2 = 4y$ की उस जीवा, जिसका समीकरण $x - \sqrt{2}y + 4\sqrt{2} = 0$ हैं, की लंबाई है:

(A) $2\sqrt{11}$ (B) $8\sqrt{2}$ (C) $6\sqrt{3}$ (D) $3\sqrt{2}$

Sol. **C**

For parabola $x^2 = 4ay$

length of chord is $= 4\sqrt{a\left(1+m^2\right)\left(am^2+c\right)}$

From given chord $y = \dfrac{x}{\sqrt{2}} + 4$ | $x^2 = 4y$

$m = \dfrac{1}{\sqrt{2}}, C = 4$ | $a = 1$

Centre of chord $= 4\sqrt{(1)\left(1+\dfrac{1}{2}\right)\left(\dfrac{1}{2}+4\right)}$

$= 4\sqrt{\dfrac{3}{2}\left(\dfrac{9}{2}\right)}$ $= 6\sqrt{3}$

18. माना f एक ऐसा अवकलनीय फलन है कि $f'(x) = 7 - \frac{3}{4}\frac{f(x)}{x}, (x > 0)$ तथा $f(1) \neq 4$ हैं। तो $\lim_{x\to 0^+} xf\left(\frac{1}{x}\right)$:

(A) का अस्तित्व है तथा 0 के समान है। (B) का अस्तित्व है तथा $\frac{4}{7}$ के समान है।

(C) का अस्तित्व नहीं हैं। (D) का अस्तित्व है तथा 4 के समान हैं।

Sol. **D**

$$\frac{dy}{dx} + \frac{3}{4x}y = 7$$

$$P = \frac{3}{4x},\ Q = 7$$

$$I.f = e^{\int \frac{3}{4x}dx} = e^{\frac{3}{4}\ell nx} = x^{3/4}$$

$$y(x^{3/4}) = \int 7x^{3/4}dx$$

$$y\,x^{3/4} = 7\frac{x^{7/4}}{7/4} + C$$

$$\Rightarrow y = 4x + C\,x^{-3/4}$$

$$\lim_{x\to 0^+} x.f(1/x)$$

$$\lim_{x\to 0^+}(x)[\frac{4}{x} + cx^{\frac{3}{4}}] = 4$$

19. यदि पाँच प्रेक्षणों x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 का माध्य तथा मानक विचलन क्रमशः 10 तथा 3 हैं, तो 6 प्रेक्षणों x_1, x_2 ......x_5 तथा – 50 का प्रसरण हैं:

(A) 582.5 (B) 509.5 (C) 586.5 (D) 507.5

Sol. **D**

$$\frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5}{5} = 10 \quad \Rightarrow x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 50 \quad \text{—(1)}$$

$$\frac{\sum x_1^2}{5} - (\overline{x})^2 = 9 \quad \Rightarrow x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 + x_5^2 = 545$$

$$\overline{x}_{new} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 - 50}{6} = 0$$

Variance Now $\frac{\sum_{i=1}^{6} x_1^2}{6} - (\overline{x}_{new})^2$

$$\Rightarrow \frac{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 + x_5^2 + 2500}{6}$$

$= 507.5$

20. यदि $\int x^5 e^{-4x^3}dx = \frac{1}{48}e^{-4x^3}$ f(x) + C है, जहाँ C एक समाकलन अचर है, तो f(x) बराबर हैं:

(A) $-2x^3 + 1$ (B) $-2x^3 - 1$ (C) $4x^3 + 1$ (D) $-4x^3 - 1$

Sol. **D**

$\int x^2 \cdot x^3 e^{-4x^3}dx \qquad 4x^3 = t$

$$x^2\,dx = \frac{1}{12}dt$$

$$\frac{1}{12}\int\left(\frac{t}{4}\right)e^{-t}dt$$

$$\frac{1}{48}\int t\,e^{-t}dt \Rightarrow \frac{1}{48}[t\left(-e^{-t}\right)-\int(1)\left(-e^{-t}\right)dt]$$

$\Rightarrow \quad \frac{-te^{-t}}{48}-\frac{e^{-t}}{48}+c$ replace t

$\Rightarrow \quad \frac{e^{-4x^3}}{48}\left[-\left(4x^3+1\right)\right]+C$

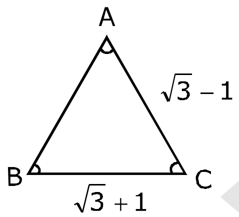
$\Rightarrow \quad \frac{\left(-4x^3\right)e^{-4x^3}-e^{-4x^3}}{48}+c$

21. सामान्य संकेतों में ΔABC, में यदि $\angle A+\angle B=120^o$, a = $\sqrt{3}+1$ तथा b = $\sqrt{3}$ – 1 हैं, तो अनुपात $\angle A:\angle B$ बराबर हैं:

(A) 3 : 1 (B) 9 : 7 (C) 5 : 3 (D) 7 : 1

Sol. **D**

A + B = 120º



$$\tan\frac{A-B}{2}=\frac{a-b}{a+b}\cot\left(\frac{C}{2}\right)$$

$$=\frac{\sqrt{3}+1-\sqrt{3}+1}{2\left(\sqrt{3}\right)}\cot(30^o)=\frac{1}{\sqrt{3}}.\sqrt{3}=1$$

$$\frac{A-B}{2}=45^o$$

$$A-B=90^o$$
$$A+B=120^o$$
$$2A=210^o$$
$$A=105^o$$
$$B=15^o$$

22. एक गोली चलाने वाले द्वारा एक लक्ष्य को किसी प्रयास में भेदने की प्रायिकता $\frac{1}{3}$ हैं, तो लक्ष्य को कम से कम बार भेदने की प्रायिकता $\frac{5}{6}$ से अधिक होने के लिए उसे लक्ष्य भेदने के कम से कम कितने स्वतंत्र प्रयासों की आवश्यकता है?

(A) 3 (B) 6 (C) 5 (D) 4

Sol. **C**

p(x) = $\frac{1}{3},p\left(\bar{x}\right)=\frac{2}{3}$

at least are hit = 1–(no hit)

$\Rightarrow 1 - \left(\frac{2}{3}\right)^n$

$1-\left(\frac{2}{3}\right)^n > 5/6 \qquad \Rightarrow \frac{1}{6} > \left(\frac{2}{3}\right)^n$

min value of n is 5

23. रेखा $\frac{x-4}{2} = \frac{y-5}{2} = \frac{z-3}{1}$ तथा समतल $x + y + z = 2$ का प्रतिच्छेदन बिंदु निम्न में से किस रेखा पर स्थित है?

(A) $\frac{x-4}{1} = \frac{y-5}{1} = \frac{z-5}{-1}$ (B) $\frac{x-2}{2} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+3}{3}$

(C) $\frac{x+3}{3} = \frac{4-y}{3} = \frac{z+1}{-2}$ (D) $\frac{x-1}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+4}{-5}$

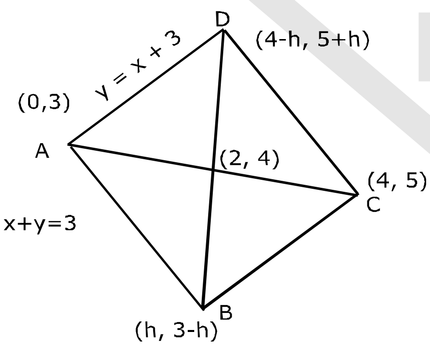
Sol. **D**

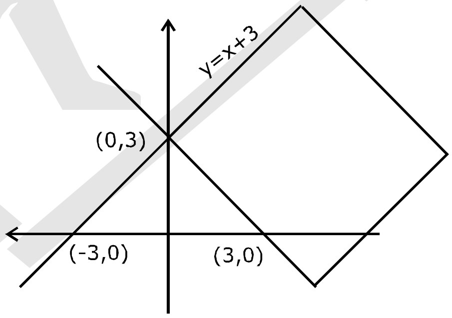
Let the point one the line is $(2\lambda + 4, 2\lambda + 5, \lambda + 3)$ lie on plane
$(2\lambda+4) + (2\lambda + 5) + (\lambda + 3) - 2 = 0$
$5\lambda + 10 = 0 \Rightarrow \ = -2$
$\Rightarrow$ point of intersection (0, 1, 1)
Which lie on line D

24. एक समांतर चतुर्भुज की दो भुजाएँ, रेखाओं $x + y = 3$ तथा $x - y + 3 = 0$ के अनुदिश हैं। यदि इसके विकर्ण (2, 4) पर प्रतिच्छेद करते हैं, तो इसका एक शीर्ष हैं:

(A) (2, 1) (B) (3, 6) (C) (2, 6) (D) (3, 5)

Sol. **B**





(4-h, 5+h) lie on line $y = x + 3$
$\Rightarrow 5 + h = 4 - h + 3 \Rightarrow 2h = 2$
$h = 1$
vertex B is = (1, 2)
vertex D is = (3, 6)

25. माना $S = \left\{(x, y) \in R^2 : \frac{y^2}{1+r} - \frac{x^2}{1-r} = 1\right\}$ जहाँ $r \neq \pm 1$ है, तो S जिसे निरूपित करता हैं, वह हैं:

(A) एक दीर्घवत्त जिसकी उत्केद्रता $\frac{1}{\sqrt{r+1}}$ जबकि $r > 1$ हैं।

(B) एक अतिपरवलय जिसकी, उत्केंद्रता $\frac{2}{\sqrt{r+1}}$, जबकि $0 < r < 1$ हैं।

(C) एक दीर्घवत्त जिसकी उत्केंद्रता $\sqrt{\frac{2}{r+1}}$ हैं, जबकि r > 1 हैं।

(D) एक अतिपरवलय जिसकी, उत्केंद्रता $\frac{2}{\sqrt{1-r}}$ हैं, जबकि 0 < r < 1 हैं।

Sol. **C**

$r \in (0,1)$ than $\frac{x^2}{1-r} - \frac{y^2}{1+r} = -1$

$e = \sqrt{1+\frac{1-r}{1+r}} = \sqrt{\frac{2}{1+r}} \rightarrow$ hyperbola

$r > 1$ $\frac{y^2}{1+r} - \frac{x^2}{1-r} = 1 \rightarrow$ represent ellipse

$a^2 = b^2 (1-e^2) \Rightarrow r - 1 = (r + 1) (1 - e^2)$

$\Rightarrow e^2 = -1 \left(\frac{r-1}{r+1}\right)$

$e = \sqrt{\frac{2}{1+r}}$

26. यदि $\vec{\alpha} = (\lambda - 2)\vec{a} + \vec{b}$ तथा $\vec{\beta} = (4\lambda - 2)\ \vec{a} + 3\vec{b}$ दो दिए गए सदिश हैं, जहाँ सदिश $\vec{a}$ तथा $\vec{b}$ संरेख नहीं हैं। λ का वह मान जिसके लिए $\vec{\alpha}$ तथा $\vec{\beta}$ संरेख हैं, हैं:

(A) 3 (B) 4 (C) – 4 (D) – 3

Sol. **C**

$\vec{\alpha}$ and $\vec{\beta}$ are collinear

$\frac{\lambda - 2}{4\lambda - 1} = \frac{1}{3}$

$\Rightarrow = -4$

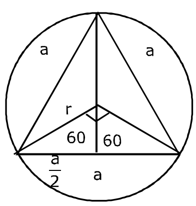
27. एक वत्त $x^2 + y^2 + 10x + 12y + c = 0$ के अंतर्गत एक समबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल $27\sqrt{3}$ वर्ग इकाई है, तो c बराबर हैं।

(A) 13 (B) – 25 (C) 25 (D) 20

Sol. **C**

Let side of equilatrial Δ = a

$\sin 60^o = \frac{a/2}{r}$



$= \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{a}{2r} \Rightarrow a = \sqrt{3}r$

$r = \sqrt{25 + 36 - C} = \sqrt{61 - C}$

area $\Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = 27\sqrt{3}$

$\frac{\sqrt{3}}{4}(3)(61-C)=27\sqrt{3}$

$\Rightarrow$ 61 – C = 36

$\Rightarrow$ C = 25

28. माना A = $\begin{bmatrix} 2 & b & 1 \\ b & b^2+1 & b \\ 1 & b & 2 \end{bmatrix}$ जहाँ b > 0 है। तो $\frac{\det(A)}{b}$ का न्यूनतम मान है:

(A) $\sqrt{3}$ (B) $-\sqrt{3}$ (C) $-2\sqrt{3}$ (D) $2\sqrt{3}$

Sol. **D**

A = $\begin{vmatrix} 2 & b & 1 \\ b & b^2+1 & b \\ 1 & b & 2 \end{vmatrix}$

det (A) = b^2 +3

$\min^m\left(\frac{\det A}{b}\right)=\min^m(b+3/b)$

$\frac{b+3/b}{2}\geq\sqrt{b.(3/b)}$

b + 3/b $\geq 2\sqrt{3}$

$\min^m$ value = $2\sqrt{3}$

29. एक हैलीकॉप्टर वक्र $y-x^{3/2}=7,(x\geq 0)$ के अनुदिश उड़ रहा है। एक सैनिक बिंदु $\left(\frac{1}{2},7\right)$ पर है तथा हैलीकॉप्टर को उस समय गोली मार कर गिराना चाहता है जब यह उसके निकटतम है। तो यह निकटतम दूरी हैं:

(A) $\frac{1}{6}\sqrt{\frac{7}{3}}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{\sqrt{5}}{6}$ (D) $\frac{1}{3}\sqrt{\frac{7}{3}}$

Sol. **A**

Let point p on curve is = (t, $7+t^{3/2}$)

$\frac{dy}{dx}=\frac{3}{2}x^{1/2}$

$\left(\frac{dy}{dx}\right)_{(t,7+t^{3/2})}=\frac{3}{2}t^{1/2}$

slope of normal at P is = $-\frac{2}{3}t^{-1/2}$

slope of PQ is = $\frac{-t^{3/2}}{\frac{1}{2}-t}$

$\therefore \frac{-2}{3}t^{-1/2}=\frac{-t^{3/2}}{\frac{1}{2}-t}\Rightarrow\frac{2}{3\sqrt{t}}=\frac{t\sqrt{t}}{\frac{1}{2}-t}$

$\Rightarrow 3t^2+2t-1=0$

$\Rightarrow t=1/3$

Point P = $\left[\frac{1}{3}, 7+\left(\frac{1}{3}\right)^{3/2}\right]$

distane = $\frac{1}{6}\sqrt{\frac{7}{3}}$

30. λ का वह मान जिसके लिए द्विघात समीकरण $x^2 + (3 - \lambda)x + 2 = \lambda$ के मूलों के वर्गों के योग का मान न्यूनतम है, है:

(A) 1 (B) 2 (C) $\frac{15}{8}$ (D) $\frac{4}{9}$

Sol. **B**

$S = \alpha^2 + \beta^2$
$S = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta$
$S = (3-\lambda)^2 - 2(2-\lambda)$
$S = \lambda^2 - 6\lambda + 9 - 4 + 2\lambda$
$S = \lambda^2 - 4\lambda + 5$
$S = (\lambda - 2)^2 + 1$
Minimum value occur when $\lambda = 2$