
# JEE MAIN JAN'19

## QUESTION WITH SOLUTION

DATE : 09-01-2019 _ MORNING



H.O. : 394, Rajeev Gandhi Nagar, Kota
www.motion.ac.in | ✉: info@motion.ac.in

# [MATHEMATICS] 09-01-2019_Morning

**1.** माना $A = \left\{\theta \in \left(-\frac{\pi}{2}, \pi\right) : \frac{3+2i\sin\theta}{1-2i\sin\theta}\right.$ ek= dkYifud gS$\left.\right\}$,तो A के अवयवों का योग है :

(A) $\frac{3\pi}{4}$ (B) $\pi$ (C) $\frac{2\pi}{3}$ (D) $\frac{5\pi}{6}$

**Sol.** **C**

$\frac{3+2i\sin\theta}{1-2i\sin\theta} \in$ Pure Imaginary

$\Rightarrow \ \text{Re}\left(\frac{3+2i\sin\theta}{1-2i\sin\theta}\right) = 0$

$3 - 4\sin^2\theta = 0$

$\sin\theta = \pm\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\theta \in \left\{-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}\right\}$

**2.** $x \in R - \{0,1\}$ के लिए, तीन फलन $f_1(x) = \frac{1}{x}$, $f_2(x) = 1 - x$ तथा $f_3(x) = \frac{1}{1-x}$ दिये गये हैं। यदि एक फलन $J(x)$, $(f_2\, J.f_1)(x) = f_3(x)$ को सन्तुष्ट करता है, तो $J(x)$ बराबर है:

(A) $f_1(x)$ (B) $f_3(x)$ (C) $f_2(x)$ (D) $\frac{1}{x}f_3(x)$

**Sol.** **B**

$f_2(J(f_1(x)) = f_3(x)$

$1 - J\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{1}{1-x}$

$J\left(\frac{1}{x}\right) = 1 - \frac{1}{1-x}$

$J\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{1-x-1}{1-x}$

$J(x) = \frac{1/x}{1/x - 1}$

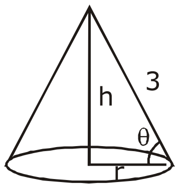
$J(x) = \frac{1}{1-x}$

$\Rightarrow J(x) = f_3(x)$

**3.** 3 मी. तिर्यक (slant) ऊँचाई वाले लंबवत्तीय शंकु का अधिकतम आयतन (घन मी. में) है:

(A) $\frac{4}{3}\pi$ (B) $6\pi$ (C) $2\sqrt{3}\pi$ (D) $3\sqrt{3}\pi$

**Sol.** C




$$h^2 + r^2 = 9$$

$$v = \frac{1}{3}\pi r^2 h$$

$$\Rightarrow \quad v = \frac{1}{3}\pi . 9\cos^2\theta . 3\sin\theta$$

$$\frac{v}{9\pi} = \cos^2\theta\sin\theta$$

$$\Rightarrow \quad \frac{v^2}{81\pi^2} = \cos^4\theta\ \sin^2\theta$$

using A.M. $\geq$ G.M.

$$\frac{\frac{\cos^2\theta}{2} + \frac{\cos^2\theta}{2} + \sin^2\theta}{3} \geq \sqrt[3]{\frac{v^2}{81\pi^2 4}}$$

$$\frac{v^2}{4.81\pi^2} \leq \sqrt[3]{\frac{v^2}{81\pi^2 4}}$$

$$v^2 \leq \frac{4.81\pi^2}{27}$$

$$v \leq 2\sqrt{3}\,\pi$$

**4.** यदि y = y(x), अवकल समीकरण $x\frac{dy}{dx} + 2y = x^2$ का हल है जो y (1) = 1 को संतुष्ट करता है, तो $y\left(\frac{1}{2}\right)$ बराबर है:

(A) $\frac{13}{16}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{7}{64}$ (D) $\frac{49}{16}$

**Sol.** D

$$x\frac{dy}{dx} + 2y = x^2 \quad \Rightarrow \quad \frac{dy}{dx} + \left(\frac{2}{x}\right)y = x$$

$$\text{IF} = e^{\int \frac{2}{x}dx} = x^2$$

$$yx^2 = \int x^3 dx$$

$$yx^2 = \frac{x^4}{4} + C$$

$$C = \frac{3}{4}$$

$$yx^2 = \frac{x^4}{4} + \frac{3}{4}$$

$y(1/2) \Rightarrow y\ \frac{1}{4} = \frac{1}{64} + \frac{3}{4}$

$y = \frac{1}{16} + 3$

$y = \frac{49}{16}$

**5.** यदि $\cos^{-1}\left(\frac{2}{3x}\right) + \cos^{-1}\left(\frac{3}{4x}\right) = \frac{\pi}{2}\left(x > \frac{3}{4}\right)$, तो x बराबर है:

(A) $\frac{\sqrt{145}}{12}$ (B) $\frac{\sqrt{145}}{10}$ (C) $\frac{\sqrt{146}}{12}$ (D) $\frac{\sqrt{145}}{11}$

**Sol.** **A**

$\cos^{-1}\left(\frac{2}{3x}\right) = \frac{\pi}{2} - \cos^{-1}\left(\frac{3}{4x}\right)$

$\cos\left[\cos^{-1}\left(\frac{2}{3x}\right)\right] = \cos\left[\frac{\pi}{2} - \cos^{-1}\left(\frac{3}{3x}\right)\right]$

$\frac{2}{3x} = \sin\left(\cos^{-1}\frac{3}{4\pi}\right)$

$\frac{2}{3x} = \cos\left(\sin^{-1}\sqrt{1-\left(\frac{3}{4x}\right)^2}\right)$

$\left(\frac{2}{3x}\right)^2 = 1 - \left(\frac{3}{4x}\right)^2$

$\frac{4}{9x^2} + \frac{9}{16x^2} = 1 \qquad \Rightarrow x^2 = \frac{4}{9} + \frac{9}{16}$

$\Rightarrow x^2 = \frac{64+81}{16.9}$

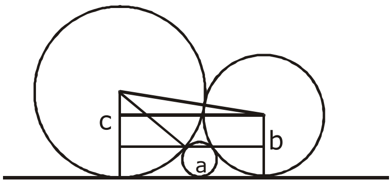
$\Rightarrow x^2 = \sqrt{\frac{145}{12}}$

**6.** a,b,c (a < b < c) त्रिज्याओं वाले तीन वत्त परस्पर बाह्य स्पर्श करते हैं। यदि x–अक्ष उनकी उभयनिष्ठ स्पर्श रेखा है, तो:

(A) a,b,c एक समान्तर श्रेढ़ी में हैं। (B) $\sqrt{a}, \sqrt{b}, \sqrt{c}$ समान्तर श्रेढ़ी में हैं।

(C) $\frac{1}{\sqrt{b}} = \frac{1}{\sqrt{a}} + \frac{1}{\sqrt{c}}$ (D) $\frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{1}{\sqrt{b}} + \frac{1}{\sqrt{c}}$

**Sol.** **D**




$$\sqrt{(b+c)^2-(c-b)^2} = \sqrt{(c+a)^2-(c-a)^2} + \sqrt{(b+a)^2-(b-a)^2}$$

$$\sqrt{2bc} = \sqrt{2ac} + \sqrt{2ab}$$

$$\frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{1}{\sqrt{b}} + \frac{1}{\sqrt{c}}$$

**7.** 52 पत्तों को एक अच्छी प्रकार से फेंटी गई ताश की गड्डी में से, एक के बाद एक, दो पत्ते प्रतिस्थापना सहित निकाले गए। माना X, दोनों बार में प्राप्त इक्कों की संख्या को दर्शाने वाला यादच्छिक चर है, तो P(X = 1) + P(X = 2) बराबर है:

(A) 52/169 7y(B) 24/169 (C) 25/169 (D) 49/169

**Sol.** **C**

P (X = 1) + P (X = 2)

$$= 2\frac{4}{52}\times\frac{48}{52}+\frac{4}{52}.\frac{4}{52}$$

$$= \frac{400}{52.52} = \frac{25}{169}$$

**8.** ऐसी सभी रेखाओं px + qy + r = 0 के समुच्चय पर विचार कीजिए जिनके लिए 3 p + 2q + 4r = 0 है, तो निम्न में से कौन–सा एक कथन **सत्य** हैं?

(A) रेखाएँ बिंदु $\left(\frac{3}{4},\frac{1}{2}\right)$ पर संगामी हैं।

(B) सभी रेखाएँ समांतर हैं।

(C) प्रत्येक रेखा मूल बिंदु से हो कर जाती हैं।

(D) रेखाएँ संगामी नहीं हैं।

**Sol.** **A**

px + qy + r = 0

$$\frac{3}{4}P+\frac{2}{4}q+r=0$$

$$\Rightarrow \text{ Line Pass } \left(\frac{3}{4},\frac{1}{2}\right)$$

**9.** यदि संख्या $\frac{2^{403}}{15}$ का भिन्नात्मक (fractional part) $\frac{k}{15}$ है, तो k बराबर हैं:

(A) 6 (B) 4 (C) 8 (D) 14

**Sol.** **C**

$$\left\{\frac{2^{403}}{15}\right\}$$

$$= \left\{\frac{8(2^4)^{100}}{15}\right\}$$

$$\left\{\frac{8(15+1)^{100}}{15}\right\}$$

$\Rightarrow$ k = 8

**10.** 5 लड़कियों तथा 7 लड़कों की एक कक्षा का विचार कीजिए। इस कक्षा की 2 लड़कियों तथा 3 लड़कों को लेकर बन सकने वाली भिन्न टीमों (terms), यदि दो विशेष लड़के A तथा B एक ही टीम के सदस्य बनने से मना करते हैं, की संख्या है:

(A) 200 (B) 300 (C) 500 (D) 350

**Sol.** **B**

5 G & 7 B

$\downarrow$

2 G + 3 B

$^5C_2 . ^7C_3 - ^5C_2 . ^2C_2 . ^5C_1$

$= ^5C_2 \{^7C_3 - ^5C_1\}$

= 10 {35 – 5}

= 300

**11.** बिन्दु (–4,3,1) से हो कर जाने वाली रेखा, जो समतल x + 2y – z – 5 = 0 के समान्तर है तथा रेखा $\frac{x+1}{-3} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-2}{-1}$ को काटती है, का समीकरण है:

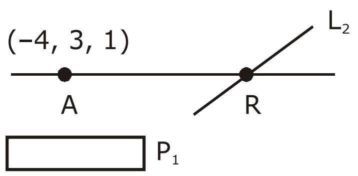
(A) $\frac{x-4}{2} = \frac{y+3}{1} = \frac{z+1}{4}$

(B) $\frac{x+4}{3} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z-1}{1}$

(C) $\frac{x+4}{-1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-1}{1}$

(D) $\frac{x+4}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-1}{3}$

**Sol.** **B**




Let R on $L_2$ ; (–1 –3t, 3 + 2t, 2 – t)

for t $V_L . n_p = 0$

$\overline{AR}.\bar{n}_p = 0$

$(3-3t).1 + 2t.2 + (1-t)(-1) = 0$

3 – 3t + 4t – 1 + t = 0

t = – 1

$V_L$ = <6, –2, 2> $\Rightarrow$ equation of L

**12.** एक कक्षा के 5 विद्यार्थियों की ऊँचाईयों का माध्य 150 से.मी तथा प्रसरण 18 वर्ग से.मी. है। 156 से. मी. ऊँचाई वाला एक नए विद्यार्थी उनसे आ मिला। इन छः विद्यार्थियों की ऊँचाइयों का प्रसरण (वर्ग से.मी. में) है:

(A) 16 (B) 20 (C) 22 (D) 18

**Sol.** **B**

Let students are $s_1, s_2, s_3, s_4, s_5$

Given avg. high

$$\bar{x} = \frac{s_1 + s_2 + s_3 + s_4 + s_5}{5} = 15$$

$$\sum s_i = 750$$

& Variance

$$\frac{\sum (s_i)^2}{5} - (\bar{s})^2 = 18$$

$$\sum (s_i)^2 = 112590$$

height of new student is 156
Now new variance

$$= \frac{112590 + (156)^2}{6} - \frac{(750 + 156)}{6} = 20$$

**13.** $x^2 \neq n\pi + 1$ , $n \in N$ (प्राकत संख्याओं का समुच्चय), के लिए समाकल

$$\int x \sqrt{\frac{2\sin(x^2-1) - \sin 2(x^2-1)}{2\sin(x^2-1) + \sin 2(x^2-1)}}\, dx$$ बराबर है: (जहाँ c एक समाकलन अचर है).

(A) $\log_e \left|\sec\left(\frac{x^2-1}{2}\right)\right| + C$

(B) $\log_e \left|\frac{1}{2}\sec^2(x^2-1)\right| + C$

(C) $\frac{1}{2}\log_e \left|\sec^2\left(\frac{x^2-1}{2}\right)\right| + C$

(D) $\frac{1}{2}\log_e \left|\sec(x^2-1)\right| + C$

**Sol. A**

Let $x^2 - 1 = \theta \Rightarrow 2x\, dx = d\theta$

$$\frac{1}{2}\int \sqrt{\frac{2\sin\theta - \sin 2\theta}{2\sin\theta + \sin 2\theta}}\, d\theta$$

$$\frac{1}{2}\int \sqrt{\frac{1-\cos\theta}{1+\cos\theta}}$$

$$= \frac{1}{2}\int |\tan\theta/2|\, d\theta$$

$$= \ln |\sec\theta/2| + C$$

$$= \ln \left|\sec\left(\frac{x^2-1}{2}\right) + C\right|$$

**14.** माना फलन $f : R \to R$

$$f(x) = \begin{cases} 5, & ; \text{fn } x \le 1 \\ a + bx, & ; \text{fn} 1 < x < 3 \\ b + 5x, & ; \text{fn } 3 \le x < 5 \\ 30, & ; \text{fn} x \ge 5 \end{cases}$$

द्वारा परिभाषित है, तो f :

(A) संतत है यदि a = 5 तथा b = 5

(B) a तथा b के किसी भी मान के लिए संतत नहीं है
(C) संतत है यदि a = 0 और b = 5
(D) संतत है यदि a = – 5 और b = 10

**Sol.** **B**

| | |
|---|---|
| $x = 1$ | $5 = 5 = a + b \Rightarrow a + b = 5$ |
| $x = 3$ | $a + 3b = b + 15 = b + 15 \Rightarrow a + 2b = 15$ |
| $x = 5$ | $b + 25 = 30 = 30$ |
| $\Rightarrow$ | $b = 5$ |

**15.** माना $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ है। यदि अतिपरवलय $\frac{x^2}{\cos^2\theta} - \frac{y^2}{\sin^2\theta} = 1$ की उत्केंद्रता 2 से अधिक है, तो इसके नाभिलंब की लंबाई जिस अन्तराल में है, वह है:

(A) (3/2, 2] (B) $(3, \infty)$ (C) (1,3/2] (D) (2,3]

**Sol.** **B**

$e_H > 2$

$\Rightarrow \sqrt{1 + \frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta}} > 2$

$\sec\theta > 2$

$0 < \cos\theta < \frac{1}{2}$

$\frac{\pi}{3} < \theta < \frac{\pi}{2}$

Now

$LR = \frac{2b^2}{a} = \frac{(2b)^2}{2a} = \frac{(\sin\theta)^2}{2\cos\theta}$

$LR = 2\frac{\sin^2\theta}{\cos\theta}$

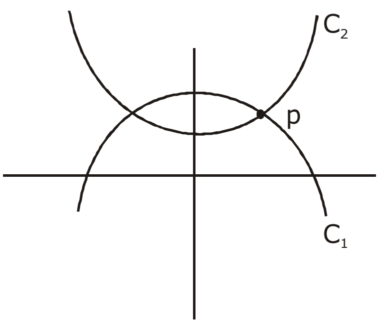
$LR = 2\tan\theta\sin\theta$

$\Rightarrow LR \in (3, \infty)$

**16.** यदि वक्रों $y = 10 - x^2$ तथा $y = 2 + x^2$ के बीच एक प्रतिच्छेद पर न्यून कोण $\theta$ है, तो $|\tan\theta|$ बराबर है:

(A) $\frac{4}{9}$ (B) $\frac{8}{17}$ (C) $\frac{8}{15}$ (D) $\frac{7}{17}$

**Sol.** **C**




$C_1 : y = 10 - x^2$
$C_1 : y = 2 + x^2$
for Point of intersection

$10 - x^2 = 2 + x^2$
$x^2 = 4$
$x = \pm 2$
P : (2, 6)

$$\tan\theta = \left|\frac{-2.2 - 2.2}{1 - (2.2).(2.2)}\right|$$

$$\tan\theta = \frac{8}{15}$$

**17.** माना $\vec{a} = \hat{i} - \hat{j}$, $\vec{b} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ तथा $\vec{c}$ ऐसे सदिश हैं कि $\vec{a} \times \vec{c} \times \vec{b} = \vec{0}$ तथा $\vec{a}.\vec{c} = 4$ है, तो $|\vec{c}|^2$ बराबर है :

(A) $\frac{19}{2}$ (B) 8 (C) $\frac{17}{2}$ (D) 9

**Sol.** **A**

$\bar{a} \times \bar{c} + \bar{b} = 0$

$\bar{a} \times (\bar{a} \times \bar{c} + \bar{b}) = 0$

$(\bar{a}.\bar{c})\bar{a} - a^2\bar{c} + \bar{a} \times \bar{b} = 0$

$$\bar{c} = \frac{4\bar{a} + \bar{a} \times \bar{b}}{|\bar{a}|^2}$$

$$\bar{c} = \frac{< 4, -4, 0 > + < -1, -1, 2 >}{2}$$

$$\bar{c} = \frac{< +3, -5, 2 >}{2}$$

$$|\bar{c}|^2 = \frac{9 + 25 + 4}{4}$$

$$|\bar{c}|^2 = \frac{19}{2}$$

**18.** यदि तीन भिन्न वास्तविक संख्यायें a, b तथा c एक गुणोत्तर श्रेढ़ी में है तथा a + b + c = xb, तो x निम्न में से कौन–सा नहीं हो सकता?

(A) –2 (B) –3 (C) 2 (D) 4

**Sol.** **C**

a, b, c are in G.P.

$\frac{b}{r}, b, br$ are in G.P.

Now $\frac{b}{r} + b + br = xb$

$x - 1 = r + \frac{1}{r}$

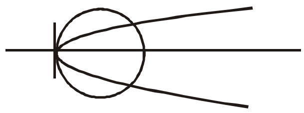
**19.** वत्त $x^2 + y^2 - 6x = 0$ तथा परवलय $y^2 = 4x$, की एक उभयनिष्ठ स्पर्श रेखा का समीकरण है :

(A) $2\sqrt{3}y = -x - 12$ (B) $2\sqrt{3}y = 12x + 1$ (C) $\sqrt{3}y = x + 3$ (D) $\sqrt{3}y = 3x + 1$

**Sol. C**

$C_1 : x^2 + y^2 - 6x = 0$

$P : y^2 = 4x$



$C_1 : (x-3)^2 + y^2 = 3^2$

$P : y^2 = 4x$

$T \mid C_1 \Rightarrow y = m(x - 3) \pm 3\sqrt{1+m^2}$

$T \mid P \Rightarrow y = m \times + \dfrac{1}{m}$

$\Rightarrow \dfrac{1}{m} = -3m + 3\sqrt{1+m^2}$

$\left(\dfrac{1}{m} + 3m\right)^2 = 9 + 9m^2$

$\dfrac{1}{m^2} + 9m^2 + 6 = 9 + 9m^2$

$m^2 = \dfrac{1}{3}$

$m = \pm \dfrac{1}{\sqrt{3}}$

$T : y = \pm \dfrac{x}{\sqrt{3}} + \sqrt{3}$

**20.** y-अक्ष के समान्तर तथा समतलों $x + y + z = 1$ और $2x + 3y - z + 4 = 0$ के प्रतिच्छेदन से होकर जाने वाला समतल निम्न में से किस बिंदु से भी हो कर जाता है?

(A) $(-3,1,1)$ (B) $(3,2,1)$ (C) $(3,3,-1)$ (D) $(-3,0,-1)$

**Sol. B**

$P : P_1 + \lambda P_2 = 0$

$P : (x + 2\lambda) x + (1 + 3\lambda) y + (1 - \lambda) z + (-1 + 4\lambda) = 0$

for $\lambda$ :

$\overline{n_p}.\hat{j} = 0$

$1 + 3\lambda = 0 \Rightarrow \lambda = -1/3$

$P : \pm\dfrac{1}{3}x + \dfrac{4}{3}z - \dfrac{7}{3} = 0$

$P : x + 4z - 7 = 0$

Now check options

**21.** $\lim\limits_{y\to 0}\dfrac{\sqrt{1+\sqrt{1+y^4}}-\sqrt{2}}{y^4}$ का

(A) अस्तित्व है तथा $\dfrac{1}{4\sqrt{2}}$ के बराबर

(B) अस्तित्व नहीं है।

(C) अस्तित्व है तथा $\dfrac{1}{2\sqrt{2}}$ के बराबर है।

(D) अस्तित्व है तथा $\dfrac{1}{2\sqrt{2}\left(\sqrt{2}+1\right)}$ के बराबर

**Sol.** **A**

$$\lim_{y\to 0}\frac{\sqrt{1+\sqrt{1+y^4}}-\sqrt{2}}{y^4}$$

$$\lim_{y\to 0}\left(\frac{1+\sqrt{1+y^4}-2}{y^4}\right)\left(\frac{1}{\sqrt{1+\sqrt{1+y^4}}+\sqrt{2}}\right)$$

$$\lim_{y\to 0}\frac{1+y^4-1}{y^4}\left(\frac{1}{\sqrt{1+(y)^4}+1}\right)\left(\frac{1}{\sqrt{1+\sqrt{1+y^4}}+\sqrt{2}}\right)$$

$$= \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2\sqrt{2}}=\frac{1}{4\sqrt{2}}$$

**22.** यदि $A = \begin{bmatrix}\cos\theta & -\sin\theta\\ \sin\theta & \cos\theta\end{bmatrix}$, तो आव्यूह $A^{-50}$ जब $\theta = \dfrac{\pi}{12}$, बराबर है:

(A) $\begin{bmatrix}\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2}\\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2}\end{bmatrix}$

(B) $\begin{bmatrix}\frac{1}{2} & \frac{-\sqrt{3}}{2}\\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2}\end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix}\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{-1}{2}\\ \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2}\end{bmatrix}$

(D) $\begin{bmatrix}\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2}\\ -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2}\end{bmatrix}$

**Sol.** **A**

$$A = \begin{bmatrix}\cos\theta & -\sin\theta\\ \sin\theta & \cos\theta\end{bmatrix}$$

$$A^2 = \begin{bmatrix}\cos 2\theta & -\sin 2\theta\\ \sin 2\theta & \cos 2\theta\end{bmatrix}$$

$$A^3 = \begin{bmatrix}\cos 2\theta & -\sin 2\theta\\ \sin 2\theta & \cos 2\theta\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\cos\theta & -\sin\theta\\ \sin\theta & \cos\theta\end{bmatrix}$$

$$A^n = \begin{bmatrix}\cos n\theta & -\sin n\theta\\ \sin n\theta & \cos n\theta\end{bmatrix}$$

$$A^{-50} = \begin{bmatrix}\cos(-50)\theta & -\sin(-50)\theta\\ \sin(-50)\theta & \cos(-50)\theta\end{bmatrix}$$

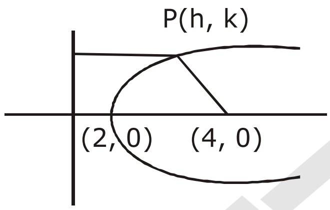
$$A^{-50} = \begin{bmatrix} \cos\frac{50\pi}{12} & \sin\frac{50p}{12} \\ -\sin\frac{50\pi}{12} & \cos\frac{50\pi}{12} \end{bmatrix}$$

$$A^{-50} = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix}$$

**23.** एक परवलय का अक्ष, x-अक्ष के अनुदिश है। यदि इसके शीर्ष तथा नाभि, x-अक्ष की धनात्मक दिशा में मूलबिंदु से क्रमशः 2 तथा 4 की दूरी पर हैं, तो इनमें से कौन–सा बिंदु इस परवलय पर स्थित नहीं है?

(A) (8,6) (B) $\left(5, 2\sqrt{6}\right)$ (C) $(4,-4)$ (D) $\left(6, 4\sqrt{2}\right)$

**Sol.** **A**




$y^2 = 8(x - 2)$

**24.** माना $a_1, a_2, \ldots, a_{30}$ एक समान्तर श्रेढ़ी है, $S = \sum_{i=1}^{30} a_i$ तथा $T = \sum_{i=1}^{15} a_{(2i-1)}$ .यदि $a_5 = 27$ तथा $S - 2T = 75$, तो $a_{10}$ बराबर है।

(A) 42 (B) 47 (C) 57 (D) 52

**Sol.** **D**

$S - 27 = 75$

$$\frac{30}{2}\left[2a_1 + 29d\right] - 2\left\{\frac{15}{2}\right\}\left[2a_1 + (14)2d\right] = 75$$

$15d = 75$

$d = 5$ ... (i)

& $a_5 = 27$

$a_1 + 4d = 27$ ...(2)

$a_1 = 7$

Now $a_{10} = a_1 + 9d$

$= 7 + 45 = 52$

**25.** रैखिक समीकरण निकाय

$x + y + z = 2$

$2x + 3y + 2z = 5$

$2x + 3y + (a^2 - 1)z = a + 1$

(A) का $|a| = \sqrt{3}$ के लिए मात्र एक हल है। (B) असंगत है जब $|a| = \sqrt{3}$
(C) के a = 4 के लिए अनन्त हल हैं।
(D) असंगत है जब a = 4

**Sol.** **B**

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 2 \\ 2 & 3 & a^2-1 \end{vmatrix} = 0$$

$\Rightarrow 3a^2 - 3 - 6 - 2a^2 + 2 + 4 + 2a^2 - 2 - 4 = 0$

$\Rightarrow 3(a^2 - 3) = 0$

$\Rightarrow a^2 = 3 \Rightarrow |a| = \sqrt{3}$

$\Rightarrow$ inconsistent

**26.** यदि $\alpha$ तथा $\beta$ समीकरण $x^2 + 2x + 2 = 0$ के दो मूल हैं, तो $\alpha^{15} + \beta^{15}$ बराबर है:
(A) 512 (B ) –512 (C) 256 (D) –256

**Sol.** **D**

$x^2 + 2x + 1 = -1$
$(x + 1)^2 = i^2$
$x = -(1 + i) - (1 - i)$

$$\alpha^{15} + \beta^{15} = 2^{15/2}\left\{\frac{(-1+i)^{15}}{\sqrt{2}} + \frac{(-1-i)^{15}}{\sqrt{2}}\right\}$$

$$= 2^{15/2}\left\{2\cos\left(\frac{3\pi}{4}.15\right)\right\}$$

$$2^{15/2}\left\{-2\cos\left(\frac{45\pi}{4}\right)\right\}$$

$$= -2^{15/2}.2.2^{1/2} = -256$$

**27.** यदि बूलीय व्यंजक $(p \oplus q) \wedge (\sim p \odot q)$, $p \wedge q$ के तुल्य है, जहाँ $\oplus, \odot \in \{\wedge, \vee\}$ है, तो क्रमित युग्म $(\oplus, \odot)$ है:
(A) $(\wedge, \wedge)$ (B) $(\wedge, \vee)$ (C) $(\vee, \vee)$ (D) $(\vee, \wedge)$

**Sol.** B

| p | q | ~ p | p ^ q | ~ p v q | (p ^ q) ^ (~ p v q) |
|---|---|---|---|---|---|
| T | T | F | T | T | T |
| T | F | F | F | F | F |
| F | T | T | F | T | F |
| F | F | T | F | T | F |

**28.** $\int_0^{\pi} |\cos x|^3 dx$ का मान है:

(A) $\frac{4}{3}$ (B) 0 (C) $-\frac{4}{3}$ (D) $\frac{2}{3}$

**Sol.** **A**

$$\int_0^{\pi} |\cos x|^3 dx$$

$$\int_0^{\pi/2} (\cos x)^3 dx - \int_{\pi/2}^{\pi} (\cos x)^3 dx$$

$$= \frac{2}{3} - \left(-\frac{2}{3}\right)$$

$$= \frac{4}{3}$$

**29.** किसी $\theta \in \left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right)$, के लिए व्यंजक $3(\sin\theta - \cos\theta)^4 + 6(\sin\theta + \cos\theta)^2 + 4\sin^6\theta$ बराबर है:

(A) $13 - 4\cos^2\theta + 6\cos^4\theta$
(B) $13 - 4\cos^2\theta + 6\sin^2\theta\cos^2\theta$
(C) $13 - 4\cos^6\theta$
(D) $13 - 4\cos^4\theta + 2\sin^2\theta\cos^2\theta$

**Sol. C**

$$= 3(\sin\theta - \cos\theta)^4 + 6(\sin\theta + \cos\theta)^2 + 4\sin^6\theta$$

$$= \; = 3\{1 - \sin 2\theta\}^2 + 6\{1 + \sin 2\theta\} + 4\sin^6\theta$$

$$= 9 + 3\sin^2 2\theta + 4\sin^6\theta$$

$$= 9 + 4\sin^2\theta\{3\cos^2\theta + \sin^4\theta\}$$

$$= 9 + 4(1 - \cos^2\theta)\{3\cos^2\theta + (1 - \cos^2\theta)^2\}$$

$$= 9 + 4(1 - \cos^2\theta)(3\cos^2\theta + \cos^2\theta - 2\cos^2\theta + 1)$$

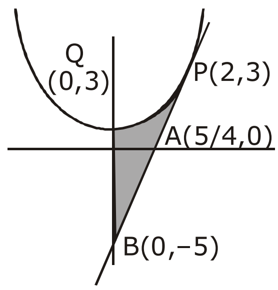
$$= 13 - 4\cos^6\theta$$

**30.** परवलय $y = x^2 - 1$, इस परवलय पर स्थित एक बिन्दु (2,3) पर खींची गई स्पर्श रेखा तथा y-अक्ष से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल (वर्ग इकाइयों में) है:

(A) $\frac{14}{3}$ (B) $\frac{32}{3}$ (C) $\frac{56}{3}$ (D) $\frac{8}{3}$

**Sol. D**

C : $y = x^2 - 1$




$T_{(2,3)}$ : $y - 3 = 4(x - 2)$

$y - 4x + 5 = 0$

$$A = \frac{1}{2}2.8 - \int_{-1}^{3} x\,dy$$

$$A = 8 - \int_{-1}^{3} \sqrt{1+y}\,dy$$

$$A = 8 - \frac{23}{3}(1+y)^{3/2}\Big|_{-1}^{3}$$

$= 8 - 2/3\ \{2^3\}$

$$= \left|8 - \frac{16}{3}\right| = 8/3$$