

हमारा विश्वास... हर एक विद्यार्थी है खास

JEE
MAIN
JAN'19

QUESTION WITH SOLUTION
DATE : 09-01-2019 _ EVENING



20000+
SELECTIONS SINCE 2007

JEE (Advanced)

4626

(Under 50000 Rank)

JEE (Main)

13953

NEET / AIIMS NTSE / OLYMPIADS

662

(since 2016)

1066

(5th to 10th class)

Toll Free :
1800-212-1799

MOTION™

Nurturing potential through education

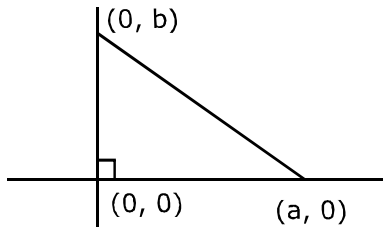
H.O. : 394, Rajeev Gandhi Nagar, Kota
www.motion.ac.in |✉: info@motion.ac.in

[MATHEMATICS] 09-01-2019_Evening

1. माना S, xy-तल में स्थित ऐसी सभी त्रिभुजों का समुच्चय है जिनका एक शीर्ष मूल बिंदु पर है तथा दूसरे दो शीर्ष निर्देशांक अक्षों पर हैं तथा जिनके निर्देशांक पूर्णांकीय है। यदि S की प्रत्येक त्रिभुज का क्षेत्रफल 50 वर्ग इकाई है, तो समुच्चय S के अवयवों की संख्या है :

(A) 32 (B) 9 (C) 18 (D) 36

Sol. **D**



$$a, b \in \mathbb{I}$$

$$|a \cdot b| = 100.$$

$$ab = \pm 100.$$

$$(i) ab = 100 = 2^2 \cdot 5^2$$

$$\therefore \text{total factors} = 9$$

18 cases possible for a and b.

(ii)

$$\left. \begin{array}{l} ab = -100 \\ + - \\ - + \end{array} \right\} \text{Same possible cases as above}$$

\therefore total Ans = 36

2. यदि रेखाएँ $x = ay + b$, $z = cy + d$ तथा $x = a'z + b'$, $y = c'z + d'$ लंबवत हैं, तो :

(A) $bb' + cc' + 1 = 0$ (B) $cc' + a + a' = 0$ (C) $aa' + c + c' = 0$ (D) $ab' + bc' + 1 = 0$

Sol. **C**

$$\frac{x-b}{a} = \frac{y}{1} = \frac{z-d}{c}, \quad \frac{x-b'}{a'} = \frac{y-d'}{c'} = \frac{z}{1}$$

For perpendicular lines

$$a a' + c' + c = 0$$

3. यदि $f(x) = \int \frac{5x^8 + 7x^6}{(x^2 + 1 + 2x^7)^2} dx$, ($x \geq 0$) तथा $f(0) = 0$ है, तो $f(1)$ का मान है :

(A) $-\frac{1}{4}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{1}{4}$ (D) $-\frac{1}{2}$

Sol. **C**

$$f(x) = \int \frac{5x^8 + 7x^6}{(x^2 + 1 + 2x^7)^2} dx, \quad x > 0$$

$$\text{take } x^7 \text{ common from denominator } \frac{\frac{5}{x^6} + \frac{7}{x^8}}{\left(\frac{1}{x^5} + \frac{1}{x^7} + 2\right)^2} = \int \frac{\frac{5}{x^6} + \frac{7}{x^8}}{\left(\frac{1}{x^5} + \frac{1}{x^7} + 2\right)^2}$$

$$= \int \frac{-dt}{t^2} \quad \text{Let } \left(\frac{1}{x^5} + \frac{1}{x^7} + 2\right) = t \Rightarrow \left(\frac{-5}{x^6} - \frac{7}{x^8}\right) dx = dt$$

$$= \frac{1}{t} + C$$

$$= \frac{1}{\frac{1}{x^5} + \frac{1}{x^7} + 2} + C$$

$$f(x) = \frac{x^7}{x^2 + 1 + 2x^7} + C$$

$$C = 0$$

$$f(1) = \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$$

4. आँकड़ों के एक समूह में n प्रेक्षण x_1, x_2, \dots, x_n हैं। यदि $\sum_{i=1}^n (x_i + 1)^2 = 9n$ तथा $\sum_{i=1}^n (x_i - 1)^2 = 5n$ है, तो इन आँकड़ों का मानक विचलन है:
- (A) $\sqrt{7}$ (B) 2 (C) 5 (D) $\sqrt{5}$

Sol. D

$$\sum_{i=1}^n (x_i + 1)^2 = \sum x_i^2 + 2\sum x_i + n = 9n$$

$$\sum x_i^2 + 2\sum x_i = 8n \quad \text{---(1)}$$

and $\sum x_i^2 + 2\sum x_i = 4n \quad \text{---(2)}$

$$\therefore \sum x_i^2 = 6n \text{ और } \sum x_i = n$$

$$\therefore \text{s.d} = \sqrt{\frac{\sum x_i^2}{n} - \left(\frac{\sum x_i}{n}\right)^2} = \sqrt{\frac{6n}{n} - \left(\frac{n}{n}\right)^2} = \sqrt{5}$$

5. अंकों 0, 1, 3, 7, 9 के प्रयोग से (जहाँ अंकों को दोहराया जा सकता है) बनाई जा सकने वाली प्रकृत संख्याएँ जो 7,000 से कम है, की संख्या है:
- (A) 372 (B) 375 (C) 374 (D) 250

Sol. C

0, 1, 3, 7, 9

$$\square + \square\square + \square\square\square + \square\square\square\square$$

$$4 + 20 + 100 + 250 = 374$$

6. एक ऐसे समतल का समीकरण, जिस पर रेखा $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4}$ स्थित है तथा जो एक अन्य समतल जिसमें रेखाएँ

$$\frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{2} \text{ स्थित हैं, के लंबवत है, है}$$

(A) $x - 2y + z = 0$ (B) $3x + 2y - 3z = 0$ (C) $5x + 2y - 4z = 0$ (D) $x + 2y - 2z = 0$

Sol. A

$$\text{Direction ratios of plane : } \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 3 & 4 & 2 \\ 4 & 2 & 3 \end{vmatrix} \times (2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k})$$

$$= \hat{i}(8) - \hat{j}(1) + \hat{k}(-10)$$

$$= (8, -1, -2) \times (2, 3, 4)$$

$$= \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 8 & -1 & -10 \\ 2 & 3 & 4 \end{vmatrix} = \hat{i}(26) - \hat{j}(52) + \hat{k}(26)$$

$$= (\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k})$$

7. निम्न श्रेणी $1+6+\frac{9(1^2+2^2+3^2)}{7}+\frac{12(1^2+2^2+3^2+4^2)}{9}+\frac{15(1^2+2^2+\dots+5^2)}{11}+\dots$ के प्रथम 15 पदों का योग है :
 (A) 7830 (B) 7510 (C) 7820 (D) 7520

Sol. C

$$1 + 3.2 \frac{(1^2 + 2^2)}{5} + \frac{3.3(1^2 + 2^2 + 3^2)}{7} + \frac{3.4(1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2)}{9}$$

$$T_n = \frac{3.n(1^2 + 2^2 + \dots + n^2)}{(2n+1)} = \frac{3n(n)(n+1)(2n+1)}{6(2n+1)}$$

$$= \frac{n(n)(n+1)}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{n^3 + n^2}{2}$$

$$\therefore S_n = \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{n(n+1)}{2} \right)^2 + \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \right\}$$

$$= \frac{1}{2} \left\{ (15 \times 8)^2 + \frac{15 \times 16 \times 31}{6} \right\}$$

$$\frac{1}{2} \{14400 + 1240\} = 7820$$

8. तर्क संगत कथन $[\sim(\sim p \vee q) \vee (p \wedge r)] \wedge (\sim q \wedge r)$ निम्न में से किसके समतुल्य है?

- (A) $(p \wedge \sim q) \vee r$ (B) $\sim p \vee r$ (C) $(\sim p \wedge \sim q) \wedge r$ (D) $(p \wedge r) \wedge \sim q$

Sol. D

$$[\sim(\sim p \vee q) \vee (p \wedge r)] \wedge (\sim q \wedge r)$$

$$[(p \wedge \sim q) \vee (p \wedge r)] \wedge (\sim q \wedge r)$$

$$[p \wedge (\sim q \vee r)] \wedge (\sim q \wedge r)$$

$$p \wedge (\sim q \wedge r)$$

$$(p \wedge r) \wedge \sim q$$

9. माना $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ एक ऐसा अवकलनीय फलन है, कि सभी $x, y, \in \mathbb{R}$ के लिए $|f(x) - f(y)| \leq 2|x - y|^{3/2}$ है। यदि $f(0) = 1$ है, तो $\int_0^1 f^2(x) dx$ बराबर है:

- (A) 0 (B) 1 (C) $\frac{1}{2}$ (D) 2

Sol. B

$$\frac{|f(x) - f(y)|}{|x - y|} \leq 2|x - y|^{1/2}$$

$$\left| \frac{f(x) - f(y)}{x - y} \right| \leq 2|x - y|^{1/2}$$

$$\lim_{y \rightarrow x} |f'(x)| \leq 0$$

$$\therefore f'(x) = 0$$

$$\therefore f(x) = \text{Constant}$$

$$\text{Given } f(0) = 1 \quad \therefore f(x) = 1$$

$$\therefore \int_0^1 dx = 1$$

10. माना $A(4, -4)$ तथा $B(9, 6)$ एक परवलय $y^2 = 4x$ पर स्थित दो बिंदु हैं। माना परवलय के चाप AOB (जहाँ O मूल बिंदु है) पर स्थित एक बिंदु C इस प्रकार चुना गया कि $\triangle ACB$ का क्षेत्रफल अधिकतम है, तो $\triangle ACB$ का क्षेत्रफल (वर्ग इकाईयों में) है:

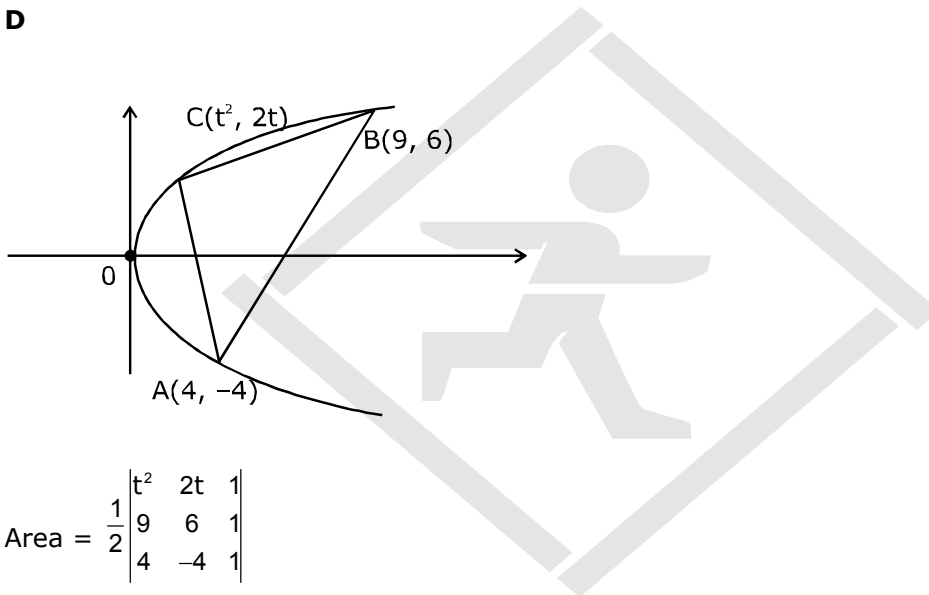
(A) $30\frac{1}{2}$

(B) 32

(C) $31\frac{3}{4}$

(D) $31\frac{1}{4}$

Sol. D



$$\text{Area} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} t^2 & 2t & 1 \\ 9 & 6 & 1 \\ 4 & -4 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} \{t^2(10) - 2t(5) - 1(60)\}$$

$$A = 5|t^2 - t - 6|$$

$$\frac{dA}{dt} = 0, t = \frac{1}{2}$$

$$A_{\text{max}} = 5 \left| \frac{1}{4} - \frac{1}{2} - 6 \right| = 5 \left| \frac{1 - 2 - 24}{4} \right| = \frac{125}{4} = 31\frac{1}{4}$$

11. माना एक त्रिभुज की दो भुजाओं के समीकरण $3x - 2y + 6 = 0$ तथा $4x + 5y - 20 = 0$ हैं। यदि इस त्रिभुज का लंबकेन्द्र $(1, 1)$ पर है, तो इसकी तीसरी भुजा का समीकरण है:

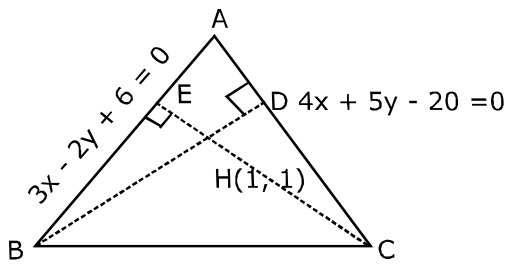
(A) $122y - 26x - 1675 = 0$

(B) $122y + 26x + 1675 = 0$

(C) $26x - 122y - 1675 = 0$

(D) $26x + 61y + 1675 = 0$

Sol. C



Equation of BD: $5x - 4y = 1$
 Equation of CE : $2x + 3y = 5$

Solve with $3x - 2y + 6 = 0$
 Solve with $4x + 5y - 20 = 20$

Co-ordinates of B = $\left(-13, \frac{33}{2}\right)$

Co-ordinates of C = $\left(\frac{35}{2}, -10\right)$

∴ Equation of BC

$$y + 10 = \frac{+13}{61} \left(x - \frac{35}{2}\right)$$

$$61y + 610 = + 13x + \frac{445}{2}$$

$$- 26x + 122y + 1675 = 0$$

12. क्षेत्र $A = \{(x, y) : 0 \leq y \leq x|x| + 1 \text{ तथा } -1 \leq x \leq 1\}$ का वर्ग इकाईयों में क्षेत्रफल है :

(A) $\frac{2}{3}$

(B) $\frac{1}{3}$

(C) 2

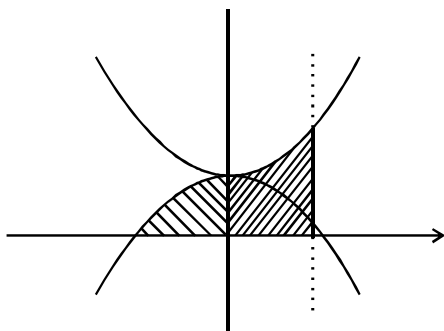
(D) $\frac{4}{3}$

Sol. C

$$0 \leq y \leq x|x| + 1, x \in [-1, 1]$$

Case-I $x \in [0, 1]$

$$y \leq x^2 + 1$$



Case-II

$$x \in [-1, 0]$$

$$A = \int_{-1}^0 (-x^2 + 1) dx + \int_0^1 (x^2 + 1) dx$$

$$= \left(\frac{-x^3}{3} + x\right)_{-1}^0 + \left(\frac{x^3}{3} + x\right)_0^1$$

$$= -\left(\frac{1}{3}-1\right) + \left(\frac{1}{3}+1\right)$$

$$\frac{2}{3} + \frac{4}{3} = 2$$

13. माना $f: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ इस प्रकार है कि सभी $x, y \in [0, 1]$ के लिए $f(xy) = f(x) \cdot f(y)$ है तथा $f(0) \neq 0$ है। यदि $y = y(x)$

अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} = f(x)$ को संतुष्ट करता है और $y(0) = 1$ है, तो $y\left(\frac{1}{4}\right) + y\left(\frac{3}{4}\right)$ बराबर है:

- (A) 4 (B) 3 (C) 5 (D) 2

Sol. B

$f(x \cdot y) = f(x) \cdot f(y), x, y \in [0, 1]$ $f(0) \neq 0$

$x = y = 0$ $\frac{dy}{dx} = f(x)$
 $f(0) = f^2(0)$ $y(0) = 1$

$\therefore f(0) = 1$
 $y = 0$
 $f(0) = f(x) = 1$

$\therefore \frac{dy}{dx} = 1$
 $y = x + c$
 $x = 0, y = 1 \quad \therefore c = 1$
 $y = x + 1$

$y\left(\frac{1}{4}\right) + y\left(\frac{3}{4}\right) = \frac{1}{4} + 1 + \frac{3}{4} + 1 = 3.$

14. यदि द्विघात समीकरण $x^2 - mx + 4 = 0$ के दोनों मूल वास्तविक तथा भिन्न है और वे अंतराल $[1, 5]$ में स्थित हैं, तो m जिस अंतराल में स्थित है, वह है:

- (A) (5, 6) (B) (-5, -4) (C) (4, 5) (D) (3, 4)

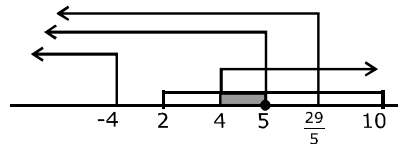
Sol. C / Bonus

$x^2 - mx + 4 = 0$
 (1) $D > 0$ (2) $f(1) \leq 0$ (3) $f(5) \geq 0$
 (4) $1 < -\frac{b}{2a} < 5$

$m^2 - 16 > 0$
 $m \in (-\infty, -4) \cup (4, \infty)$

Solving : $m \in (4, 5)$

$5 - m \geq 0 \quad 25 - 5m + 4 \geq 0$



$m \leq 5 \quad m \leq 29/5$

$1 < \frac{m^2}{2} < 5$

$2 < m < 10$
 $m \in (4, 5]$

15. एक कलश में 5 लाल तथा 2 हरी गेंदे हैं। इस कलश में से यादच्छया एक गेंद निकाली गई। यदि निकाली गई गेंद हरी है, तो कलश में एक लाल गेंद डाली जाती है तथा यदि निकाली गई गेंद लाल है, तो कलश में एक हरी गेंद डाली जाती है, जबकि निकाली गई गेंद वापिस नहीं डाली जाती। अब इसमें से यादच्छया एक दूसरी गेंद निकाली गई, तो इस दूसरी गेंद के लाल होने की प्रायिकता है:

- (A) $\frac{27}{49}$ (B) $\frac{32}{49}$ (C) $\frac{21}{49}$ (D) $\frac{26}{49}$

Sol. B

$$\begin{array}{|c|} \hline 5R \\ \hline 2G \\ \hline \end{array}$$

$$P(G) \cdot P(R) + P(R) \cdot P(R)$$

$$\frac{2}{7} \times \frac{6}{7} + \frac{5}{7} \times \frac{4}{7} = \frac{12+20}{49} = \frac{32}{49}$$

16. यदि रेखिक समीकरण निकाय $x - 4y + 7z = g$, $3y - 5z = h$, $-2x + 5y - 9z = k$ संगत (Consistent) है, तो (A) $g + 2h + k = 0$ (B) $g + h + k = 0$ (C) $2g + h + k = 0$ (D) $g + h + 2k = 0$

Sol. C

$$\begin{cases} x-4y+7z=g \\ 3y-5z=h \\ -2x+5y-9z=k \end{cases}$$

$$D = \begin{vmatrix} 1 & -4 & 7 \\ 0 & 3 & -5 \\ -2 & 5 & -9 \end{vmatrix}$$

$$= 1(-27 + 25) + 4(-10) + 7(6) \\ = -2 - 40 + 42 = 0$$

$$D_1 = \begin{vmatrix} g & -4 & 7 \\ h & 3 & -5 \\ k & 5 & -9 \end{vmatrix}$$

$$= g(-27 + 25) + 4(-9h + 5k) + 7(5h - 3k) = 0 \\ = -2g - 36h + 20k + 35h - 21k = 0 \\ -2g - h - k = 0 \\ 2g + h + k = 0$$

17. यदि $\int_0^{\pi/3} \frac{\tan \theta}{\sqrt{2k \sec \theta}} d\theta = 1 - \frac{1}{\sqrt{2}}$, ($k > 0$) है, तो k का मान है :

- (A) 2 (B) 4 (C) $\frac{1}{2}$ (D) 1

Sol. A

$$\int_0^{\pi/3} \frac{\tan \theta}{\sqrt{2k \sec \theta}} d\theta = 1 - \frac{1}{\sqrt{2}}, k > 0$$

$$\frac{1}{\sqrt{2k}} \int_0^{\pi/3} \frac{\sin \theta}{\sqrt{\cos \theta}} d\theta$$

$$\text{Let } \cos \theta = t \Rightarrow -\sin \theta d\theta = dt$$

$$\text{One Solving } k = 2$$

18. माना $A = \{x \in \mathbb{R} : x \text{ एक धन पूर्णांक नहीं है}\}$ । एक फलन $f: A \rightarrow \mathbb{R}$ निम्न प्रकार से परिभाषित है:

$$f(x) = \frac{2x}{x-1}, \text{ तो } f \text{ एक :}$$

- (A) न एकैकी है और न आच्छादक फलन है। (B) आच्छादक है, परन्तु एकैकी फलन नहीं है।
(C) एकैकी है, परन्तु आच्छादक फलन नहीं है। (D) एकैकी फलन नहीं है

Sol. C

$$f : A \rightarrow R$$

$$f(x) = \frac{2x}{x-1}$$

$\frac{\text{linear}}{\text{linear}}$ is always one-one

19. माना a, b तथा c एक समान्तर श्रेणी (जो कि अचर समान्तर श्रेणी नहीं है) के क्रमशः 7वें, 11वें तथा 13वें पद है। यदि ये एक गुणोत्तर श्रेणी के भी तीन क्रमागत पद हैं तो $\frac{a}{c}$ बराबर है—

(A) 2

(B) $\frac{7}{13}$

(C) $\frac{1}{2}$

(D) 4

Sol. D

$$\begin{aligned} t_7 = a &= A + 6d \\ b &= A + 10d \\ c &= A + 12d \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} r &= \frac{b}{a} = \frac{b}{a} \\ &= \frac{A + 10d}{A + 6d} = \frac{A + 12d}{A + 10d} \end{aligned}$$

$$r \Rightarrow \frac{2d}{4d} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \frac{1}{r^2} = 4$$

20. यदि $\begin{bmatrix} e^t & e^{-t} \cos t & e^{-t} \sin t \\ e^t & -e^{-t} \cos t - e^{-t} \sin t & -e^{-t} \sin t + e^{-t} \cos t \\ e^t & 2e^{-t} \sin t & -2e^{-t} \cos t \end{bmatrix}$ है, तो A :

(A) किसी भी $t \in R$ के लिए व्युत्क्रमणीय नहीं है।

(B) व्युत्क्रमणीय है, केवल तब, जब $t = \frac{\pi}{2}$ है।

(C) व्युत्क्रमणीय (invertible) है, केवल तब, जब $t = \pi$. (D) सभी $t \in R$ के लिए व्युत्क्रमणीय है।

Sol. D

$$|A| = e^{-t} \begin{vmatrix} 1 & \cos t & \sin t \\ 1 & -\cos t - \sin t & -\sin t + \cos t \\ 1 & 2 \sin t & -2 \cos t \end{vmatrix}$$

$$= e^{-t} \begin{vmatrix} 1 & \cos t & \sin t \\ 0 & -2 \cos t - \sin t & -2 \sin t + \cos t \\ 0 & 2 \sin t - \cos t & -2 \cos t - \sin t \end{vmatrix}$$

$$= e^{-t} \{(2c + s)^2 + (2s - c)^2\}$$

$$= 5 e^{-t}$$

21. माना कि द्विघातीय समीकरण $x^2 + x + 1 = 0$, का एक मूल z_0 है। यदि $z = 3 + 6i z_0^{81} - 3i z_0^{93}$ है, तो कोणांक $\arg z$ बराबर है:

- (A) 0 (B) $\frac{\pi}{3}$ (C) $\frac{\pi}{6}$ (D) $\frac{\pi}{4}$

Sol. $Z_0 \begin{matrix} \nearrow w \\ \searrow w^2 \end{matrix}$

$$Z = 3 + 6iZ_0^{81} - 3iZ_0^{93}$$

$$\begin{aligned} &= 3 + 6iw^{81} - 3iw^{93} \\ &= 3 + 3i \\ \therefore \arg(z) &= \pi/4 \end{aligned}$$

22. $\left(\frac{1-t^6}{1-t}\right)^3$ के प्रसार में t^4 का गुणांक है:

- (A) 12 (B) 14 (C) 15 (D) 10

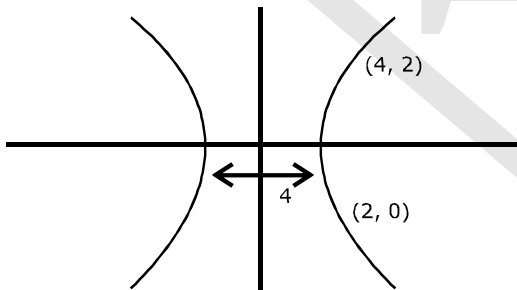
Sol. C

$$\begin{aligned} &(1-t^6)^3 (1-t)^{-3} \\ &= ({}^3C_0 - {}^3C_1 t^6 + {}^3C_2 t^{12} - {}^3C_3 t^{18})(1-t)^{-3} \\ &= {}^{3+4-1}C_4 = {}^6C_4 = 15 \end{aligned}$$

23. एक अतिपरवलय का केंद्र मूल बिंदु पर है, तथा यह बिंदु (4, 2) से होकर जाता है और इसका अनुप्रस्थ (transverse) अक्ष, x-अक्ष के अनुदिश है जिसकी लंबाई 4 है। तो इस अतिपरवलय की उत्केंद्रता (eccentricity) है :

- (A) $\frac{3}{2}$ (B) $\sqrt{3}$ (C) 2 (D) $\frac{2}{\sqrt{3}}$

Sol. D



$$a = 2$$

$$\frac{x^2}{y} - \frac{4^2}{b^2} = 1$$

$$4 - \frac{4}{b^2} = 1$$

$$\frac{3}{4} = \frac{1}{b^2} \quad \Rightarrow \quad b^2 = 4/3$$

$$\therefore e^2 = 1 + \frac{4/3}{4} = \frac{1}{3} + 1$$

$$e = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

24. यदि $x = 3 \tan t$ तथा $y = 3 \sec t$ है, तो $t = \frac{\pi}{4}$ पर $\frac{d^2y}{dx^2}$ का मान है :

- (A) $\frac{1}{6}$ (B) $\frac{3}{2\sqrt{2}}$ (C) $\frac{3}{3\sqrt{2}}$ (D) $\frac{1}{6\sqrt{2}}$

Sol. D

$$x = 3 \tan t, y = 3 \sec t$$

$$\frac{dx}{dt} = 3 \sec^2 t$$

$$\frac{dy}{dt} = 3 \sec t \tan t$$

$$\therefore \frac{dy}{dx} = \sin t$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \cos t \cdot \frac{dt}{dx} = \frac{\cos^3 t}{3}$$

$$t = \frac{\pi}{4}$$

$$\therefore \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{1}{6\sqrt{2}}$$

25. α के उन सभी संभावित धन पूर्णांक मानों की संख्या जिनके लिए द्विघातीय समीकरण $6x^2 - 11x + \alpha = 0$ के मूल परिमेय संख्याएँ हैं, है:

- (A) 3 (B) 2 (C) 4 (D) 5

Sol. A

D \rightarrow perfect sq.

$$D = 121 - 24\alpha = \lambda^2$$

$$\alpha = 1,$$

$$\alpha = 2$$

$$\alpha = 3$$

$$\alpha = 3$$

$$\alpha = 4$$

$$\alpha = 5$$

reject
reject
3 integration values

26. माना $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} + \sqrt{2}\hat{k}$, $\vec{b} = b_1\hat{i} + b_2\hat{j} + \sqrt{2}\hat{k}$ तथा $\vec{c} = 5\hat{i} + \hat{j} + \sqrt{2}\hat{k}$ तीन ऐसे सदिश हैं कि \vec{b} का \vec{a} पर प्रक्षेप सदिश, \vec{a} है। यदि $\vec{a} + \vec{b}$, सदिश \vec{c} के लंबवत् है, तो $|\vec{b}|$ बराबर है :

- (A) $\sqrt{32}$ (B) 6 (C) 4 (D) $\sqrt{22}$

Sol. A

$$\text{Project of } \vec{b} \text{ on } \vec{a} = \frac{\vec{b} \cdot \vec{a}}{|\vec{a}|} = |\vec{a}|$$

$$\frac{b_1 + b_2 + 2}{2} = 2$$

$$b_1 + b_2 = 2$$

$$(\vec{a} + \vec{b}) \perp \vec{c} \Rightarrow (\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{c} = 0$$

$$5b_1 + b_2 = -10$$

$$b_1 = -3,$$

$$b_2 = 5$$

$$\therefore |\vec{b}| = 6$$

27. यदि $x = \sin^{-1}(\sin 10)$ तथा $y = \cos^{-1}(\cos 10)$ है, तो $y - x$ बराबर है:

- (A) 10 (B) 7π (C) 0 (D) π

Sol. D

$$x = \sin^{-1}(\sin 10) = -10 + 3\pi$$

$$y = \cos^{-1}(\cos 10) = 4\pi - 10$$

$$\therefore y - x = 4\pi - 10 + 10 - 3\pi = \pi$$

28. यदि $x \in \mathbb{R}$ के लिए, माना $[x]$, एक महत्तम पूर्णांक है जो x के समान अथवा उससे कम है, तो $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x([x] + |x|)\sin[x]}{|x|}$ बराबर है

- (A) 1 (B) $\sin 1$ (C) $-\sin 1$ (D) 0

Sol. C

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x\{[x] + |x|\}\sin[x]}{|x|}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x(+x+1)\sin 1}{-x} = -\sin 1$$

29. यदि वृत्त $x^2 + y^2 - 16x - 20y + 164 = r^2$ तथा $(x - 4)^2 + (y - 7)^2 = 36$ दो भिन्न बिंदुओं पर काटते हैं, तो :

- (A) $0 < r < 1$ (B) $r = 11$ (C) $r > 11$ (D) $1 < r < 11$

Sol. D

$$C_1 (8, 10), r_1 = r$$

$$C_2 (4, 7) \quad r_2 = 6$$

$$|r_1 - r_2| < C_1 C_2 < r_1 + r_2$$

$$\therefore r \in (1, 11)$$

30. यदि $0 \leq x < \frac{\pi}{2}$ है, तो x के उन मानों की संख्या जिनके लिए $\sin x - \sin 2x + \sin 3x = 0$ है, है :

- (A) 3 (B) 2 (C) 1 (D) 4

Sol. B

$$\sin x + \sin 3x - \sin 2x = 0$$

$$\sin 2x (2\cos x - 1) = 0$$

$$\sin 2x = 0, \cos x = \frac{1}{2}$$

$$x = 0, \frac{\pi}{3}$$