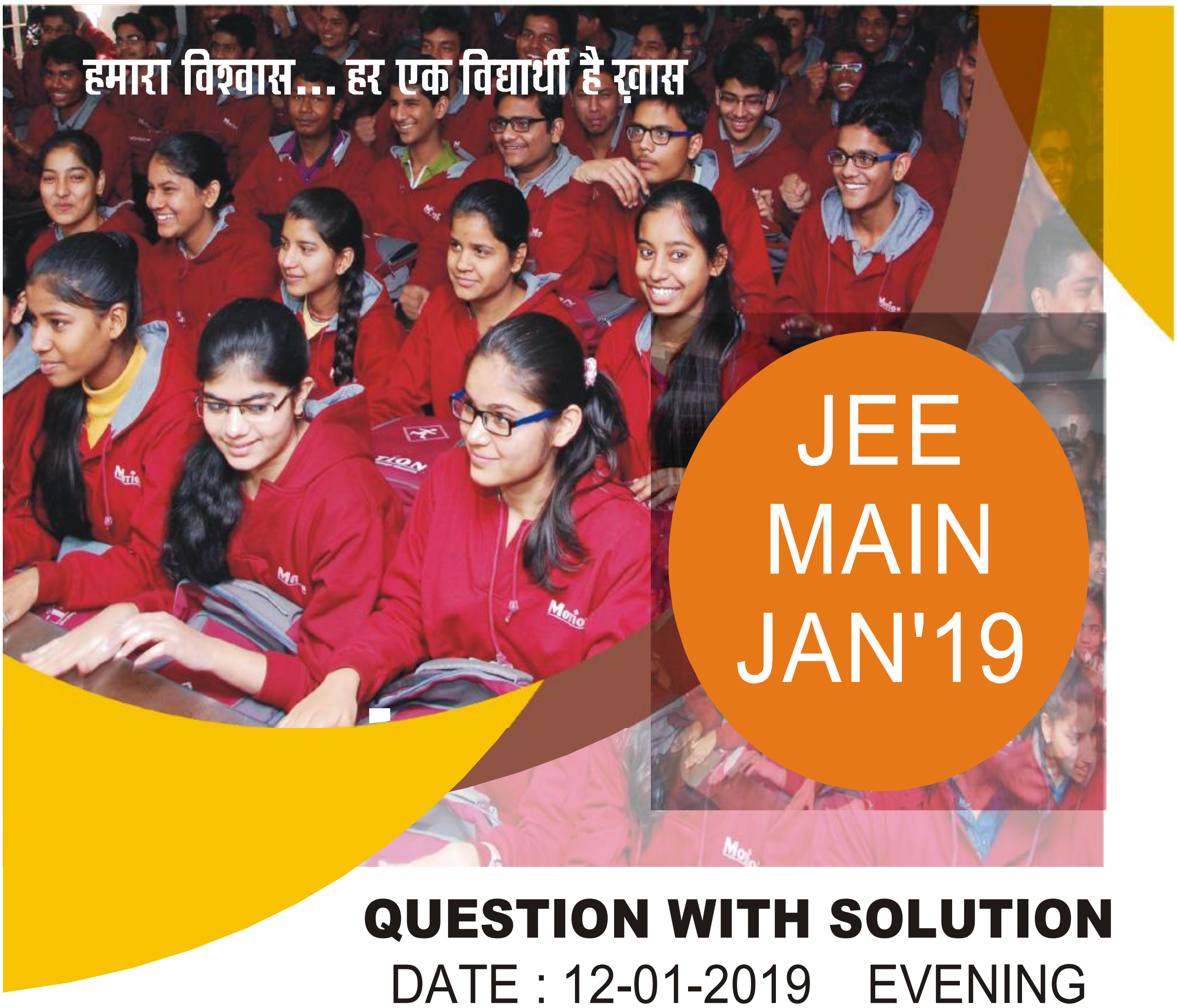



# QUESTION WITH SOLUTION

DATE : 12-01-2019 _ EVENING

# [MATHEMATICS] 12-01-2019_Evening

**1.** $\left(7^{1/5}-3^{1/10}\right)^{60}$ के द्विपद प्रसार में अपरिमेय पदों की कुल संख्या है :

(A) 49 (B) 55 (C) 54 (D) 48

**Sol.** C

$={}^{60}C_r(7^{1/5})^{60-r}(-3^{1/10})^r$

$={}^{60}C_r(7^{12-r/s})(-3^{1/10})$

In r/s, r = 0, 5, 10 .... 60
r = 0, 10, 20, 30, 40, 50, 60
no fo rational term = 7
Irrational term's = 61 – 7 = 54

**2.** समाकल $\int_1^e\left\{\left(\frac{x}{e}\right)^{2x}-\left(\frac{e}{x}\right)^{x}\right\}\log_e x\,dx$ बराबर है :

(A) $\frac{1}{2}-e-\frac{1}{e^2}$ (B) $\frac{3}{2}-\frac{1}{e}-\frac{1}{2e^2}$ (C) $\frac{3}{2}-e-\frac{1}{2e^2}$ (D) $-\frac{1}{2}+\frac{1}{e}-\frac{1}{2e^2}$

**Sol.** C

$\int_1^e\left(\frac{x}{e}\right)^{2x}\ \ln x\ dx-\int_1^e(e/x)^n\ln x\,dx$

$\left(\frac{x}{e}\right)^{2x}=t$

$\Rightarrow\ \left(\frac{x}{e}\right)^{2x}\ln x\,dx=\frac{1}{2}dt$

$\frac{1}{2}\int_{(1/e)^2}^{1}dt+\int_e^1 dt_1$

$\Rightarrow\ \frac{1}{2}\left[1-(ke)^2\right]+[1-e]\ \Rightarrow\ \frac{3}{2}-\frac{1}{2e^2}-e$

**3.** $\lim\limits_{x\to1-}\frac{\sqrt{\pi}-\sqrt{2\sin^{-1}x}}{\sqrt{1-x}}$ बराबर है :

(A) $\sqrt{\frac{2}{\pi}}$ (B) $\frac{1}{\sqrt{2\pi}}$ (C) $\sqrt{\frac{\pi}{2}}$ (D) $\sqrt{\pi}$

$\lim\limits_{x\to5}\frac{\sqrt{\pi}-\sqrt{2\sin^{-1}x}}{\sqrt{1-x}}$

Apply L – H theorem

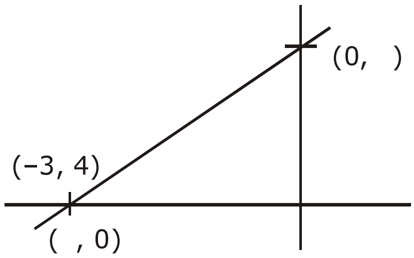
$\lim\limits_{x\to5}\frac{-\frac{1}{2\sqrt{2\sin^{-1}x}}\frac{2}{\sqrt{1-x^2}}}{\frac{1}{2}\sqrt{1-x}(-1)}\ \Rightarrow\ \lim\limits_{x\to5}\frac{2}{\sqrt{2\sin^{-1}x\sqrt{1+x}}}\ \Rightarrow\ \sqrt{2/\pi}$

**4.** यदि बिन्दु P(–3, 4) से होकर जाने वाली एक सरल रेखा इस प्रकार है कि इसका निर्देशांक अक्षो के बीच अन्तःखण्डित भाग का मध्य बिन्दु P है, तो इसका समीकरण है :

(A) $4x + 3y = 0$ (B) $3x - 4y + 25 = 0$

(C) $4x - 3y + 24 = 0$ (D) $x - y + 7 = 0$

**Sol.** C




$\frac{x}{a} + \frac{y}{13} = 1$

Now $\frac{\alpha}{2} = -3 \Rightarrow \alpha = -6$

Equation $\frac{x}{-6} + \frac{y}{8} = 1$

$\beta/2 = 4 \Rightarrow \beta = 8$

$\Rightarrow -4x + 3y = 24$ or $4x - 3y + 24 = 0$

**5.** एक शतरंज प्रतियोगिता में m पुरूष तथा दो महिलाएं भाग ले रही है। प्रत्येक भागी (participant) दूसरे प्रत्येक भागी के साथ दो गेम (games) खेलता है। यदि पुरूषों के बीच आपस में खेले गये गेमों की संख्या, पुरूषों तथा महिलाओं के बीच खेले गये गेमों की संख्या से 84 अधिक है, तो m का मान है :

(A) 12 (B) 9 (C) 7 (D) 11

**Sol.** A

M Men, 2 W

Total games = $\left({}^{m+2}C_2\right)(2)$

given between mens is = $\left({}^{m}C_2\right)(2)$

games between men and women is = $\left({}^{m}C_1\right)({}^{2}C_1)(2)$

$2.({}^{m}c_2) - 4.({}^{m}c_1) = 84$

$\Rightarrow m(m-1) - 4m = 84$

$\Rightarrow m^2 - 5m - 84 = 0 \Rightarrow (m-12)(m+7) = 0$

$m = 12$

**6.** माना f एक अवकलनीय फलन इस प्रकार है कि $f(1) = 2$ तथा सभी $x \in R$ के लिए $f'(x) = f(x)$. यदि $h(x) = f(f(x))$, तो $h'(1)$ बराबर है :

(A) 4e (B) 2e

(C) $2e^2$ (D) $4e^2$

**Sol.** A

$f'(x) = f(x) \Rightarrow f(x) = ke^x$

$x = 1$

$\Rightarrow 2 = ke \Rightarrow k = 2/e$

$f(x) = 2e^{x-1}$

$n(x) = f_1f(x) = 2.e^{(2e^{x-1})} - 1$

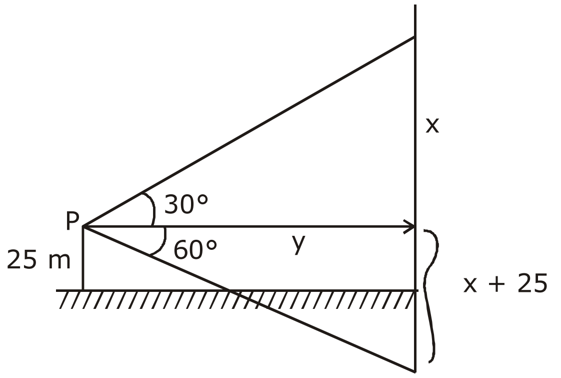
$n'(x) = 2e^{(2e^{x-1})-1} : (2e^{x-1})$

$n'(1) = 2e^{(1)}.\ 2e^0 = 4e$

**7.** एक झील से 25m ऊपर एक बिन्दु P से एक बादल का उन्नयन कोण 30º है तथा P से झील में बादल के प्रतिबिम्ब का अवनमन कोण 60º है, तो झील की सतह से बादल की ऊँचाई (मीटर में ) है :

(A) 60 (B) 45 (C) 42 (D) 50

**Sol.** D




$\tan 30° = \frac{x}{y} \Rightarrow y = \sqrt{3}x$

$\tan 60° = \frac{25+x+25}{y}$

$\Rightarrow \sqrt{3}y = x + 50$

$\Rightarrow x = 25$

Height of cloud from surface = 50 m

**8.** यदि श्रेणी $\left(\frac{3}{4}\right)^3 + \left(1\frac{1}{2}\right)^3 + \left(2\frac{1}{4}\right)^3 + 3^3 + \left(3\frac{3}{4}\right)^3 + .....$ के प्रथम 15 पदों का योग 225k के बराबर है, तो k बराबर है –

(A) 9 (B) 27

(C) 108 (D) 54

**Sol.** $(3/4)^3 + (3/2)^3 + (9/4)^3 + (3)^3......$

$\Rightarrow (3/4)^3 + (6/2)^3 + (9/4)^3 + (12/4)^3......$

$\Rightarrow \frac{3^3 + 6^3 + 9^3 + 12^3 + .........15}{4^3}$

$\Rightarrow \frac{3^3[1^3 + 2^3 + 3^3 + .........15k]}{4^3}$

$\Rightarrow \frac{3^3}{4^3}.\left(\frac{(15)(16)}{2}\right)^2 = 225k$

$\Rightarrow \frac{27}{64}.(25)(64) = 225K$

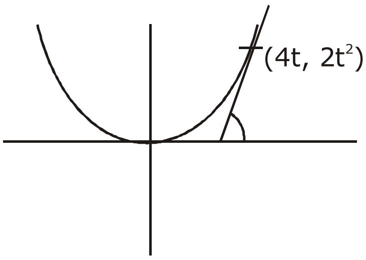
K = 27

**9.** परवलय $x^2 = 8y$ पर एक स्पर्श रेखा, जो x-अक्ष की धनात्मक दिशा के साथ कोण $\theta$ बनाती है, का समीकरण है :

(A) $x = y\cot\theta + 2\tan\theta$ (B) $x = y\cot\theta - 2\tan\theta$

(C) $y = x\tan\theta + 2\cot\theta$ (D) $y = x\tan\theta - 2\cot\theta$

**Sol.** A




$$\frac{dy}{dx} = \frac{2x}{8} = \frac{x}{4}$$

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)_{(4t,\ 2t^2)} = t$$

$\tan\theta = t$

eq. of tangent

$y - 2\tan^2\theta = \tan\theta(x - 4\tan\theta)$

$y = x\tan\theta - 2\tan^2\theta$

$y\cot\theta = x - 2\tan\theta$

$\Rightarrow\ x = y\cot\theta + 2\tan\theta$

**10.** एक खेल में एक अनभिनत पासा फेंकने पर 5 या 6 आने पर एक व्यक्ति 100 रू. जीतता है तथा पासे पर कोई अन्य संख्या आने पर 50 रू. हारता है। यदि वह यह तय करता है कि वह या तब तक पासा फेंकेगा जब तक 5 या 6 न आ जाए अथवा अधिक से अधिक तीन बार पासा फेंकेगा, तो उसकी संभावित लाभ/हानि (रूपयों में) है :

(A) 0 (B) $\frac{400}{3}$ gain (C) $\frac{400}{9}$ loss (D) $\frac{400}{3}$ loss

**Sol.** **A**

$P(w) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$, $P(L) = 2/3$

Expected gain / loss = (w) (100) + (L)(w) (–50 +100) + ($L^2$) w (–50 – 50 + 100) + $L^3$ (–150)

$$= \frac{1}{3}\times 100 + \left(\frac{2}{3}\right)\left(\frac{1}{3}\right)(50) + 0 + \left(\frac{2}{3}\right)^3(-150)$$

$$= \frac{100}{3} + \frac{100}{9} - \frac{(150)(8)}{27}$$

$$= \frac{900 + 300 - 1200}{27} = 0$$

**11.** पाँच प्रेक्षणों का माध्य तथा प्रसरण क्रमशः 4 तथा 5.20 है। यदि इन प्रेक्षणों में से तीन 3, 4 तथा 4 है, तो अन्य दो प्रेक्षणों के अन्तर का निरपेक्ष(absolute) मान है :

(A) 5 (B) 1 (C) 3 (D) 7

**Sol.** D

$$\frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5}{5} = 4$$

$\Rightarrow\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 20$

$$\frac{\sum x^2}{n} - \left(\frac{\sum x}{n}\right)^2 = 5.2$$

$$\frac{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 + x_5^2}{5} - 4^2 = 5.2$$

$$\frac{9 + 16 + 16 + x_4^2 + x_5^2}{5} = 21.2$$

$$\Rightarrow \ x_4^2 + x_5^2 = 106 - 41$$

$$\Rightarrow \ x_4^2 + x_5^2 = 65$$

$$\Rightarrow \ (x_4 + x_5)^2 - 2 \times 4 = 65$$

$$x_4 x_5 = 8$$

$$|x_4 - x_5|^2 = (x_4 + x_5)^2 - 4x_4x_5 = 81 - 4 \times 8 = 49$$

$$|x_4 - x_5| = 7$$

**12.** व्यंजक $\sim(\sim p \to q)$ निम्न में से किसके तर्क संगत तुल्य है?

(A) $p \wedge q$ (B) $\sim p \wedge q$ (C) $p \wedge \sim q$ (D) $\sim p \wedge \sim q$

**Sol.** D

| p | q | ~ p | ~ p q | )~p q~ | P ^ q | ~ P ^ q | ~ q | p ^~q | ~ p ^ ~ q |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| T | T | F | T | F | T | F | F | F | F |
| T | F | F | T | F | F | F | T | T | F |
| F | T | T | T | F | F | T | F | F | F |
| F | F | T | F | T | F | F | T | F | T |

$\sim (\sim p \to q) = (\sim p, \wedge (\sim q))$

**13.** यदि रेखा $\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{-2}$ तथा समतल x - 2y - kz = 3 के बीच का कोण $\cos^{-1}\left(\frac{2\sqrt{2}}{2}\right)$ है, तो k का एक मान है:

(A) $-\frac{3}{5}$ (B) $\sqrt{\frac{3}{5}}$ (C) $\sqrt{\frac{5}{3}}$ (D) $-\frac{5}{3}$

**Sol.** C

For live $\bar{b} = (2,1,-2)$

For reme $\bar{n} = (1,-2-k)$

angle bet line and plane is $\theta = \cos^{-1}\left(\frac{2\sqrt{2}}{3}\right) \Rightarrow \cos\theta = \frac{2\sqrt{2}}{3}$

angle both normal and line is $(90° - \theta)$ $\sin\theta = \frac{1}{3}$

$$\cos(90^\circ - \theta) = \frac{2 - 2 + 2k}{(3)\sqrt{5 + k^2}} \Rightarrow \sqrt{5 + k^2} = 2k$$

$$5+k^2 = 4k^2 \Rightarrow k = \sqrt{\frac{5}{3}}$$

**14.** m के उन पूर्णांक मानों, जिनके लिए द्विपद व्यंजक $(1+2m)x^2 - 2(1+3m)x + 4(1+m)$, $x \in R$, सदा धनात्मक है, की संख्या है :

(A) 8 (B) 7 (C) 6 (D) 3

**Sol.** $(1+2m)x^2 - 2(1+3m)x + 4(1+m) > 0$

$1 + 2m = 0$

at $m = -1/2$

$2\left(-\frac{1}{2}\right)x + 4\left(\frac{1}{2}\right) > 0$

$-x + 2 > 0$

$x - 2 < 0$

$x < 2$

not possible

Now

$a > 0$

$1 + 2m > 0,$

$m > -\frac{1}{2},$

$D < 0$

$4(1+3m)^2 - 4(1+2m) + 4(1+m) < 0$

$(9m^2 + 6m + 1) - 4(1+3m+2m^2) < 0$

$m \in \left(3-2\sqrt{3}, 3+2\sqrt{3}\right)$

$\Rightarrow m^2 - 6m - 3 < 0$

Integral value is = {0, 1, 2, 3, 4 , 5 , 6}

**15.** यदि एक वक्र बिन्दु (1, −2) से होकर जाता है तथा इस पर किसी बिन्दु (x, y) पर स्पर्श रेखा का ढाल (slope) $\frac{x^2-2y}{x}$ है, तो यह वक्र निम्न में से किस बिन्दु से होकर जाता है।

(A) (3, 0) (B) (−1, 2) (C) $\left(\sqrt{3}, 0\right)$ (D) $\left(-\sqrt{2}, 1\right)$

**Sol.** C

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x^2-2y}{x}$$

$$\frac{dy}{dx} + \left(\frac{2}{x}\right)y = x$$

$$\text{I.F} = e^{\int \frac{2}{x}dx} = x^2$$

$$y\,(x^2) = \int x^3 dx$$

$$y(x^2) = \frac{x^4}{4} + C$$

Pass (1, − 2)

$$\Rightarrow -2 = \frac{1}{4} + C \Rightarrow C = -9/4$$

curve is $y(x^2) = \frac{x^4}{4} - \frac{9}{4} \Rightarrow 4\,y\,x^2 = x^4 - 9$

passes through $(\sqrt{3}, 0)$

**16.** यदि $^nC_4, ^nC_5$, तथा $^nC_6$ समान्तर श्रेढ़ी में है, तो n हो सकता है :

(A) 12 (B) 11 (C) 14 (D) 9

**Sol.** $2(^nC_5) = {}^nC_4 + {}^nC_6$

$\Rightarrow$ n = 14

**17.** यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & \sin\theta & 1 \\ -\sin\theta & 1 & \sin\theta \\ -1 & -\sin\theta & 1 \end{bmatrix}$, तो सभी $\theta \in \left(\frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}\right)$ के लिए det (A) निम्न में से किस अंतराल में स्थित है?

(A) $\left[\frac{5}{2}, 4\right)$ (B) $\left(\frac{3}{2}, 3\right]$ (C) $\left(1, \frac{5}{2}\right]$ (D) $\left(0, \frac{3}{2}\right]$

**Sol.** **B**

$|A| = \begin{vmatrix} 2 & \sin\theta & 1 \\ 0 & 1 & \sin\theta \\ 0 & -\sin\theta & 1 \end{vmatrix}$

$|A| = 2(1 + \sin^2\theta)$

$\theta \in \left(\frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}\right) \Rightarrow \sin^2\theta \in \left[0, \frac{1}{2}\right)$

det (A) Range is = $2\left[1, \frac{3}{2}\right]$ = [2,3)

det (A) range is = 1 $\left(\frac{3}{2}, 3\right]$

**18.** माना $\vec{a}, \vec{b}$ तथा $\vec{c}$ तीन एकक सदिश है, जिनमें से सदिश $\vec{b}$ तथा $\vec{c}$ असमान्तर है। यदि सदिश $\vec{a}$ सदिशों $\vec{b}$ तथा $\vec{c}$ से क्रमशः कोण $\alpha$ तथा $\beta$ बनाता है और $\vec{a} \times \left(\vec{b} \times \vec{c}\right) = \frac{1}{2}\vec{b}$, तो $|\alpha - \beta|$ बराबर है :

(A) 60º (B) 30º (C) 90º (D) 45º

**Sol.** **B**

$\bar{a} \times \left(\bar{b} \times \bar{c}\right) = \frac{1}{2}\bar{b}$

$(\bar{a}.\bar{c})\bar{b} - (\bar{a}.\bar{b})\bar{c} = \frac{1}{2}\bar{b}$

$\bar{a}.\bar{c} = \frac{1}{2}$ $\quad$ $\bar{a}.\bar{b} = 0$

$\cos\beta = \frac{1}{2}$ $\quad$ $\alpha = 90º$

$\beta = 60º$

$|\alpha - \beta| = 30º$

**19.** समाकलन $\int \frac{3x^{13}+2x^{11}}{\left(2x^4+3x^2+1\right)^4}dx$ बराबर है: (जहाँ C समाकलन का एक अचर है)

(A) $\frac{x^4}{\left(2x^4+3x^2+1\right)^3}+C$ (B) $\frac{x^{12}}{6\left(2x^4+3x^2+1\right)^3}+C$

(C) $\frac{x^{12}}{\left(2x^4+3x^2+1\right)^3}+C$ (D) $\frac{x^4}{6\left(2x^4+3x^2+1\right)^3}+C$

**Sol. B**

$$\int \frac{3x^{13}+2x^{11}}{\left(2+3/x^2+1/x^4\right)^4 x^{16}}dx$$

$$\int \frac{3/x^3+2/x^5}{\left(2+3/x^2+1/x^4\right)^4}dx$$

Let $2+3/x^2+1/x^4=t$

$$\Rightarrow \left(3/x^3+2/x^5\right)dx=\left(\frac{dt}{-2}\right)$$

$$\therefore \quad \frac{-1}{2}\int \frac{dt}{t^4} \Rightarrow \frac{-1}{2}\left[\frac{-1}{3t^3}\right]+c \Rightarrow \frac{1}{6\left(2+3/x^2+1/x^4\right)}+c$$

$$\Rightarrow \frac{x^{12}}{6\left[2x^4+3x^2+1\right]^3}+c$$

**20.** 60 छात्रों की एक कक्षा में, 40 ने NCC ली, 30 ने NSS ली तथा 20 ने NCC और NSS दोनों ली। यदि इनमें से एक छात्र यादच्छिक चुना गया है, तो चुने हुए छात्र के नक तो NCC, न ही NSS लेने की प्रायिकता है :

(A) $\frac{5}{6}$ (B) $\frac{2}{3}$ (C) $\frac{1}{6}$ (D) $\frac{1}{3}$

**Sol. C**

$P(NCC) = \frac{40}{60}=\frac{2}{3}$

$P(NSS) = \frac{30}{60}=\frac{1}{2}$

$P(NCC \wedge NSS)=\frac{1}{3}$

$P(N\overline{CC} \wedge N\overline{SS}) = P(N\overline{CC \vee NSS}$

$= 1 - [P(NCC \cup NSS)]$

$= 1 - [P(NCC) + P(NSS)] - P(NCC \cap NSS)]$

$= 1 - \left(\frac{2}{3}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)$

$= \frac{6-4-3+2}{6}$

$= \frac{1}{6}$

**21.** वक्र $y = x^2 - 5x + 5$ की स्पर्श रेखा, जो रेखा $2y = 4x + 1$ के समान्तर है, निम्न में से किस बिन्दु से होकर जाती है?

(A) $\left(-\frac{1}{8}, 7\right)$ (B) $\left(\frac{1}{8}, -7\right)$ (C) $\left(\frac{1}{4}, \frac{7}{2}\right)$ (D) $\left(\frac{7}{2}, \frac{1}{4}\right)$

**Sol.** $\frac{dy}{dx} = 2x - 5 = 2(\text{given})$

$\Rightarrow x = \frac{7}{2}$

at $x = \frac{7}{2} \Rightarrow y = -\frac{1}{4}$

equation tanget

$y + \frac{1}{4} = 2\left(x - \frac{7}{2}\right)$

$\Rightarrow 2x - y - 7 - 1/4 = 0$

$\Rightarrow 2x - y - \frac{29}{4} = 0$

passes true $\left(\frac{1}{8}, -7\right)$

**22.** यदि $\sin^4\alpha + 4\cos^4\beta + 2 = 4\sqrt{2}\sin\alpha\cos\beta$; $\alpha, \beta \in [0, \pi]$, तो $\cos(\alpha+\beta) - \cos(\alpha - \beta)$ बराबर है :

(A) – 1 (B) 0 (C) $\sqrt{2}$ (D) $-\sqrt{2}$

**Sol.** A.M $\geq$ G.M

$\frac{\sin^4\alpha + 4\cos^4\beta + 1 + 1}{4} \geq \sqrt[4]{(\sin^4\alpha)(4\cos^4\beta)(1)(1)}$

$\Rightarrow \sin^4\alpha + 4\cos^4\beta + 2 \geq 4\sqrt{2}\sin\alpha\cos\beta$

given $\sin^4\alpha + 4\cos^4\beta + 2 = 4\sqrt{2}\sin\alpha\cos\beta$

$\therefore$ A.M = G.M $\Rightarrow \sin^4\alpha = 1 = 4\cos^4\beta$

$\sin\alpha = 1$, $\cos\beta = \pm\frac{1}{\sqrt{2}}$

$\sin\beta = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\cos(\alpha+\beta) - \cos(\alpha-\beta)$
$= 2\sin\alpha\sin(-\beta)$

$= -2(1)\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = -\sqrt{2}$

**23.** माना Z, पूर्णांकों का समुच्चय है। यदि $A = \{x \in Z : 2^{(x+2)(x^2-5x+6)} = 1\}$ तथा $B = \{x \in Z : -3 < 2x - 1 < 9\}$, तो $A \times B$ के उपसमुच्चयों की संख्या है :

(A) $2^{10}$ (B) $2^{12}$ (C) $2^{18}$ (D) $2^{15}$

**Sol.** **D**

A = {x∈z, $2^{(x+2)(x^2-5x+6)} = 2^0$

$(x + 2)(x^2 - 5x + 6) = 0$

$x = -2, 2, 3$

B = {x∈z, $-3 < 2x - 1 < 9$

$\Rightarrow -2 < 2x < 10$

$\Rightarrow -1 < x < 5$

x = 0, 1, 2, 3, 4

A × B = {(–2, 0), (–2, 1) (–2, 2) (–2, 3) (–2, 4), (2, 0), (2, 1) (2, 2), (2, 3), (2, 4) (3, 0), (3, 1), (3, 2) (3, 3), (3, 4)]

A × B elements = 15

total substent = $2^{15}$

**24.** यदि R त्रिज्या का एक वत्त मूल बिन्दु O से होकर जाता है तथा निर्देशांक अक्षों को A और B पर काटता है, तो O से रेखा AB पर डाले गये लम्ब के पाद का बिन्दुपथ है :

(A) $\left(x^2+y^2\right)^2 = 4R^2x^2y^2$

(B) $\left(x^2+y^2\right)^3 = 4R^2x^2y^2$

(C) $\left(x^2+y^2\right)(x+y) = R^2xy$

(D) $\left(x^2+y^2\right)^2 = 4Rx^2y^2$

**Sol.** **B**

$y - k = \frac{-h}{k}(x-h)$

$hx + ky = h^2 + K^2$

AB = 2R

$\Rightarrow \quad \frac{\left(h^2+k^2\right)^2}{h^2} + \frac{h^2+k^2}{k^2} = 4R^2$

$\Rightarrow \quad \left(h^2+k^2\right)^3 = 4h^2k^2R^2$

$(x^2 + y^2)^3 = 4x^2y^2R^2$

**25.** $\lambda$ के उन सभी मानों, जिनके लिए रैखिक समीकरण निकाय

$x - 2y - 2z = \lambda x$

$x + 2y + z = \lambda y$

$-x - y = \lambda z$ का एक अतुच्छ (non-trivial) हल है :

(A) का समुच्चय एकल है।

(B) के समुच्चय में मात्र दो अवयव है।

(C) का समुच्चय रिक्त है।

(D) के समुच्चय में दो से अधिक अवयव है।

**Sol.** **A**

$$\begin{vmatrix} 1-\lambda & -2 & -2 \\ 1 & 2-\lambda & 1 \\ -1 & -1 & -\lambda \end{vmatrix} = 0$$

$\Rightarrow (1-\lambda)[(2-\lambda)(-\lambda)+1] + 2[-\lambda + 1] - 2[-1 + (2-\lambda)] = 0$

$\Rightarrow \lambda^3 - 3\lambda^2 + 3\lambda - 1 = 0$

$\Rightarrow (\lambda-1)^3 = 0 \Rightarrow \lambda = 1$

**26.** यदि फलन $f(x) = x^3 - 3(a-2)x^2 + 3ax + 7$, किसी $a \in R$ के लिए, (0, 1] में वर्धमान है तथा [1, 5) में ह्रासमान है, तो समीकरण $\frac{f(x)-14}{(x-1)^2} = 0 \ (x \neq 1)$ का एक हल है :

(A) 7

(B) 5

(C) –7 (D) 6

**Sol.** $f(x) = 3x^2 - 6|a-2|x + 3a$

$f(x) \geq x \in (0, 1]$

$f(x) \leq 0\ x \in [1, 5]$

$f(x) = 0$ at $x = 1 \Rightarrow 3-6(a-2) + 3a = 0$

$\Rightarrow a = 5$

$f(x) = x^3 - 9x^2 + 15x + 7$

$$\frac{f(x)-14}{(x-1)^2} \Rightarrow \frac{x^3-9x^2+15x-7}{(x-1)^2} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{(x-7)(x-1)^2}{(x-1)^2} = 0$$

$\Rightarrow x - 7 = 0$

$x = 7$

**27.** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{n}{n^2+1^2}+\frac{n}{n^2+2^2}+\frac{n}{n^2+3^2}+.......+\frac{1}{5n}\right)$ बराबर है :

(A) $\frac{\pi}{4}$ (B) $\frac{\pi}{2}$

(C) $\tan^{-1}(3)$ (D) $\tan^{-1}(2)$

**Sol.** **D**

$$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{n}{n^2+1^2}+\frac{n}{n^2+2^2}+\frac{n}{n^2+3^2}+.......+\frac{n}{n^2+(2n)^2}\right)$$

$$\lim_{n\to\infty}\sum_{r=1}^{2n}\frac{n}{n^2+r^2}$$

$$\lim_{n\to\infty}\sum_{r=1}^{2n}\frac{1}{n[1+(r/n)^2]}$$

$\Rightarrow$ $\int_0^2 \frac{dx}{1+x^2}$

$=$ $\left(\tan^{-1}x\right)_0^2$

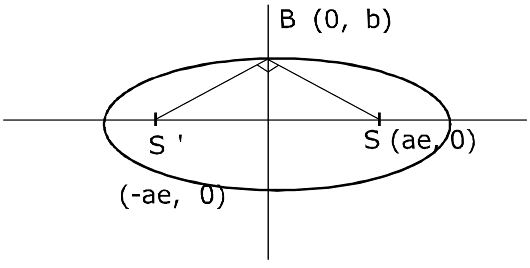
$=$ $\tan^{-1}2$

**28.** माना एक दीर्घवत्त की नाभियाँ S तथा S' हैं तथा इसके लघु अक्ष का कोई एक शीर्ष B है। यदि $\Delta S'BS$ एक समकोण त्रिभुज है जिसका समकोण B पर है तथा $\Delta S'BS$ का क्षेत्रफल 8 वर्ग इकाई है, तो दीर्घवत्त की एक नाभिलम्ब जीवा की इकाई है:

(A) $4\sqrt{2}$ (B) $2\sqrt{2}$

(C) 2 (D) 4

**Sol.** **D**



area of $\Delta = \frac{1}{2}\sqrt{a^2e^2+b^2}\sqrt{(a^2e^2+b^2)}$

$\Rightarrow \frac{1}{2}(a^2e^2+b^2) = 8$

$\Rightarrow a^2 e^2 + a^2 - a^2 e^2 = 16$

$\Rightarrow a^2 = 16$

$m_{Bs.}m_{Bs'} = -1 \Rightarrow \left(\frac{-b}{ae}\right)\left(\frac{b}{ae}\right) = -1$

$\Rightarrow b^2 = a^2e^2$

$a^2 e^2 = 8 \Rightarrow e^2 = \frac{1}{2}$

$b^2 = a^2 e^2 = (16)\left(\frac{1}{2}\right) = 8$

Centre of L.L.R = $\frac{2b^2}{a}$

$= \frac{2(8)}{4}$

$= 4$

**29.** माना $z_1$ तथ $z_2$ दो सम्मिश्र संख्यायें है, जो $|z_1| = 9$ तथा $|z_2-3-4i|=4$ को सन्तुष्ट करती है, तो $|z_1 - z_2|$ का न्यूनतम मान है :

(A) $\sqrt{2}$
(B) 2
(C) 1
(D) 0

**Sol.** **D**

$|z_1| = 9$
Circle with centre = (0, 0), radius = 9

$|z_2 - 3 - 4i| = 4$
Circle with centre = (3, 4) radius = 4

$c_1c_2 = 5$
$|r_1 - r_2| = 5$
Circle touches Internally
min$^m$ value of $|z_1 - z_2|$ is = 0

**30.** यदि $\lambda$ के उन सभी वास्तविक मानों, जिनके लिए बिन्दुओं $(-\lambda^2, 1, 1)$, $(1, -\lambda^2, 1)$ तथा $(1, 1, -\lambda^2)$ से होकर जाने वाला एक समतल, बिन्दु (–1 , –1, 1) से भी होकर जाता है, का समुच्चय S है, तो S बराबर है :

(A) $\{\sqrt{3},-\sqrt{3}\}$
(B) $\{\sqrt{3}\}$
(C) $\{3,-3\}$
(D) $\{1,-1\}$

**Sol.** **A**

$\bar{n} = A\bar{B} \times A\bar{C}$

$A\bar{B} = (1+\lambda^2, -\lambda^2-1, 0)$

$A\bar{C} = (1+\lambda^2, 0, -\lambda^2-1)$

$$\bar{n} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 1+\lambda^2 & -\lambda^2-1 & 0 \\ 1+\lambda^2 & 0 & -\lambda^2-1 \end{vmatrix}$$

$= \hat{i}(\lambda^2+1)^2 + \hat{j}(\lambda^2+1)^2 + \hat{k}(\lambda^2+1)^2$

$\vec{n} = (\lambda^2+1)^2[\hat{i}+\hat{j}+\hat{k}]$

equation of plane

$\bar{r}.\bar{n} = \bar{a}.\bar{n}$

$\Rightarrow$ $(\lambda^2 + 1)(x + y + z) = -(\lambda^2 + 1)^2 [-\lambda^2 + 1 + 1]$

$\Rightarrow$ $x + y + z = -\lambda^2 + 2$

pass through $(-1, -1, 1)$

$\Rightarrow$ $-1 = -\lambda^2 + 2 \Rightarrow$ l $\lambda = \pm\sqrt{3}$

M-II All 4 pts. are coplaner

$\left[\overrightarrow{AB}\ \overrightarrow{AC}\ \overrightarrow{AD}\right]$

$$\begin{vmatrix} 1-\lambda^2 & 2 & 0 \\ 2 & 1-\lambda^2 & 0 \\ 2 & 2 & -\lambda^2 - 1 \end{vmatrix} = 0$$

$\Rightarrow \lambda = \pm\sqrt{3}$