हमारा विश्वास...
हर एक विद्यार्थी है ख़ास

PAPER WITH SOLUTION

JEE Advanced 2019

MATHEMATICS PAPER - 2

IIT/NIT | NEET / AIIMS | NTSE / IJSO / OLYMPIADS

कोटा का रिपिटर्स (12th पास) का सर्वश्रेष्ठ रिजल्ट देने वाला संस्थान

JEE ADVANCED 2018 RESULT


AIR 82 Sarthak Behera


AIR 120 Pankaj


AIR 146 Varun Goyal


AIR 148 Mukul Kumar

Total Selection
709/2084 = 34.02%

JEE MAIN 2019 RESULT


AIR 79 Shiv Kumar Modi


AIR 85 Anuj Chaudhary


AIR 96 Shubham Kumar


AIR 120 Eeshaan Jain

Students Qualified for JEE ADVANCED
2288/3316 = 68.99%

MOTION™
Nurturing potential through education

Toll Free : 1800-212-1799
H.O. : 394, Rajeev Gandhi Nagar, Kota
www.motion.ac.in | ✉: info@motion.ac.in

हमारा विश्वास... हर एक विद्यार्थी है ख़ास

MOTION™
Nurturing potential through education

CRITERIA FOR DIRECT ADMISSION IN STAR BATCHES

V STAR BATCH
XII Pass (JEE M+A)

ELIGIBILITY

- JEE Main'19 %tile > 98%tile
- JEE Advanced'19 Rank (Gen.) < 15,000

J STAR BATCH
XII Pass (NEET/AIIMS)

ELIGIBILITY

- NEET'19 Score > 450 Marks
- AIIMS'19 %tile > 98%tile

P STAR BATCH
XI Moving (JEE M+A)

ELIGIBILITY

- NTSE Stage-1 Qualified or NTSE Score > 160
- 100 marks in Science or Maths in Board Exam

H STAR BATCH
XI Moving (NEET/AIIMS)

ELIGIBILITY

- NTSE Stage-1 Qualified or NTSE Score > 160
- 100 marks in Science or Maths in Board Exam

Scholarship Criteria

JEE Main Percentile	SCHOLARSHIP + STIPEND
98 - 99	100%
Above 99	100% + ₹ 5000/ month

JEE Advanced Rank	SCHOLARSHIP + STIPEND
10000-20000	100%
Under 10000	100% + ₹ 5000/ month

NEET 2019 Marks	SCHOLARSHIP + STIPEND
450	100%
530-550	100% + ₹ 2000/ month
550-560	100% + ₹ 4000/month
560	100% + ₹ 5000/month

NTSE STAGE-1 2019 Marks	SCHOLARSHIP + STIPEND
160-170	100% + ₹ 2000/ month
171-180	100% + ₹ 4000/month
180+	100% + ₹ 5000/month

FEATURES :

- Batch will be taught by NV Sir & HOD's Only.
- Weekly Quizes apart from regular test.
- Under direct guidance of NV Sir.
- Residential campus facility available.
- 20 CBT (Computer Based Test) for better practice.
- Permanent academic coordinator for personal academic requirement.
- Small batch with only selected student.
- All the top brands material will be discussed.

MATHS [JEE ADVANCED - 2019] PAPER - 2

SECTION–1 (Maximum marks :32)

- इस खण्ड में आठ **(08)** प्रश्न है।
- प्रत्येक प्रश्न लिए चार विकल्प दिये गये हैं। इन चार विकल्पों में से एक या एक से अधिक विकल्प सही उत्तर है (हैं)
- प्रत्येक प्रश्न के लिए दिये हुए विकल्पों में से सही उत्तर (उत्तरों) से संबधित विकल्प (विकल्पों) को चुनिए।
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्न योजना के अनुसार होगाः

पूर्ण अंक : + 4 यदि केवल (सारे) सही विकल्प (विकल्पों) को चुना गया है।
आंशिक अंक +3 यदि चारों विकल्प सही है परंन्तु केवल तीन विकल्पो को चुना गया है।
आंशिक अंक : + 2 यदि तीन या तीन से अधिक विकल्प सही है परन्तु केवल दो विकल्पो को चुना गया हैऔर दोनों चुने हुए विकल्प सही विकल्प हैं।
आंशिक अंक : + 1 यदि दो या दो से अधिक विकल्प सही है परन्तु केवल एक विकल्प को चुना गया है और चुना हुआ विकल्प सही विकल्प है।
शून्य अंक : 0 यदि किसी भी विकल्प को नहीं चुना गया है (अर्थात् प्रश्न अनुत्तरित है)
ऋण अंक : – 1 अन्य सभी परिस्थितियों में।

- उदाहरणः यदि किसी प्रश्न के लिए केवल विकल्प (A), (B) और (D) सही विकल्प हैं, तब
केवल विकल्प (A), (B) और (D) चुनने पर + 4 अंक मिलेंगें
केवल विकल्प (A) और (B) चुनने पर + 2 अंक मिलेंगें
केवल विकल्प (A) तथा (D) चुनने पर + 2 मिलेगें:
केवल विकल्प (B) तथा (D) चुनने पर + 2 अंक मिलेंगें;
केवल विकल्प (A) चुनने पर + 1 मिलेंगें;
केवल विकल्प (B) चुनने पर + 1 मिलेंगें;
केवल विकल्प (D) चुनने पर + 1 मिलेगें ;
कोई भी विकल्प ना चुननं पर (अर्थात् प्रश्न अनुत्तरित रहने पर) 0 अंक मिलेंगे : और अन्य किसी विकल्पों के संयोजन को चुनने पर – 1 अंक मिलेगें

1. तीन रेखाएं

$$L_1 : \vec{r} = \lambda\hat{i} \quad \lambda \in R$$

$$L_2 : \vec{r} = \hat{k} + \mu\hat{i}, \mu \in R$$

$$L_3 : \vec{r} = \hat{i} + \hat{j} + \nu\hat{k}, \ \nu \in R$$

दीं गयी हैं। L_2 के किस बिंदु (किन बिंदुओं) Q के लिए हम L_1 पर एक बिंदु P तथा L_3 पर एक बिंदु R प्राप्त कर सकते हैं ताकि P,Q तथा R सरेख (collinear) हों जाएँ?

(1) $\hat{k} + \hat{j}$ (2) $\hat{k} - \frac{1}{2}\hat{j}$ (3) $\hat{k}$ (4) $\hat{k} + \frac{1}{2}\hat{j}$

Ans. 2,4

$$L_1 \to \bar{r} = \lambda\hat{i} \Rightarrow \frac{x-0}{\lambda} = \frac{y-0}{0} = \frac{z-0}{0}$$

$$L_2 \to \bar{r} = \hat{k} + \mu\hat{j} \Rightarrow \frac{x-0}{0} = \frac{y-0}{\mu} = \frac{z-1}{0}$$

$$L_3 \to \bar{r} = \hat{i} + \hat{j} + \nu\hat{k} \Rightarrow \frac{x-1}{0} = \frac{y-1}{0} = \frac{z-1}{\nu}$$

Point P on L_1 $P \equiv (\lambda, 0, 0)$

Point Q on L_2 $Q \equiv (0, \mu, 1)$

Point R on L_3 R $R \equiv (1, 1, \nu)$

P,Q,R an collinear

$\therefore \overrightarrow{PQ} \,||\, \overrightarrow{QR}$

$\overrightarrow{PQ} \,||\, K\overrightarrow{QR}$

$\frac{-\lambda}{1} = \frac{\mu}{1-\mu} = \frac{1}{\nu - 1} = k$

$\lambda = -k$

$\frac{\mu}{1-\mu} = k$

$\mu = k - k\mu$

$\mu(1 + k) = k$

$\mu = \frac{k}{k+1}$

$\frac{1}{\nu - 1} = k$

$\Rightarrow 1 = k\nu - k$

$\frac{1+k}{k} = \nu$

$\therefore \mu = \frac{-\lambda}{1-\lambda} = \frac{1}{\nu}$

μ cannot take value 0 & 1

2. माना कि f : $R \to R$ $f(x)=(x-1)(x-2)(x-5)$. द्वारा दिया गया है। परिभाषित करें।

$$F(x)=\int_0^x f(t)dt, \quad x>0$$

तब निम्न में से कौनसा (से) विकल्प **सही** है (है)?

(1) F के दों स्थानीय उच्चतम तथा एक स्थानीय निम्नतम $(0, \infty)$ में है।

(2) F का एक स्थानीय उच्चतम (local maximum) x = 2

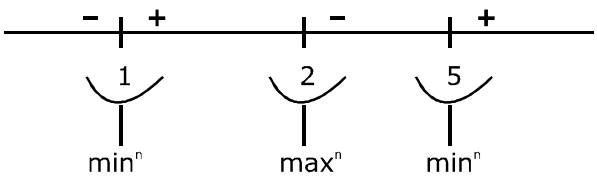
(3) सभी $x \in (0,5)$ के लिए $F(x) \neq 0$ है

(4) F का एक स्थानीय निम्नतम (local minimum) x = 1

Sol. **2, 4, 3**

$F'(x) = f(x)$

$F'(x) = (x-1)(x-2)(x-5)$



at x = 1, 5 → minima
x = 2 → maxima

Now

$F'(x) = x^3 - x^2 + 17x - 10$

Integrate

$F(x) = \frac{x^4}{4} - \frac{8}{3}x^3 + \frac{17}{2}x^2 - 10x + C$

$F(0) = 0 \Rightarrow C = 0$

$F(x) = \frac{x^4}{4} - \frac{8}{3}x^3 + \frac{17}{2}x^2 - 10x$

For $x \in (0, 5) \Rightarrow F(x) \neq 0$

3. माना कि $f : R \to R$ एक फलन है। हम कहते है कि f में

गुण 1 (property) है यदि $\lim_{h\to 0} \frac{f(h) - f(0)}{\sqrt{|h|}}$ का अस्तित्व (exists) तथा वह परिमित (finite) है, और

गुण 2 (property) है यदि $\lim_{h\to 0} \frac{f(h) - f(0)}{h^2}$ का अस्तित्व (exists) है तथा वह परिमित (finite) है।

तब निम्न में से कौनसा (से) विकल्प सहीं है (हैं)?

(1) f(x) = |x| में गुण 1 है
(2) f(x) = x|x| में गुण 2 है
(3) $f(x) = x^{2/3}$ में गुण 1 है
(4) f(x) = sin x में गुण 2 है

Sol. **1,3**

(a) f(x) = |x|

Property I $\lim_{h\to 0} \frac{|h| - 0}{\sqrt{|h|}} \Rightarrow \lim_{n\to 0} \sqrt{|h|} = 0$

Property II $\lim_{h\to 0} \frac{|h| - 0}{h^2} \Rightarrow \lim_{h\to 0} 1/h \to \infty$ (Not Satisfies)

(b) f(x) = x |x|

property I $\lim_{h\to 0} \frac{h|h| - 0}{\sqrt{|h|}} = 0$

Property II $\lim_{h\to 0} \frac{h|h| - 0}{h^2} \to$ does not exist

(c) $f(x) = x^{2/3}$

Property I $\lim_{h\to 0} \frac{h^{2/3} - 0}{\sqrt{|h|}}$

$h \to 0^+$ $\quad \lim\limits_{h\to 0} \dfrac{h^{2/3}}{h^{1/2}} = 0$

$h \to O^-$ $\quad \lim\limits_{h\to 0} \dfrac{h^{2/3}}{-h^{1/2}} = 0$

Property II $\quad \lim\limits_{h\to 0} \dfrac{h^{2/3}}{h^{1/2}} \to \infty$

(d) f(x) = sin x

property 2 $\quad \lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\sin h - 0}{h^2} \to \infty$

4. अऋणात्मक पुर्णांकों (non-negative integers) n, के लिए माना कि

$$f(n) = \frac{\sum\limits_{k=0}^{n} \sin\left(\frac{k+1}{n+2}\pi\right)\sin\left(\frac{k+2}{n+2}\pi\right)}{\sum\limits_{k=0}^{n} \sin^2\left(\frac{k+1}{n+2}\pi\right)}$$

माना कि $\cos^{-1}x$ का मान $[0,\pi]$, मे है, तब निम्न में से कौनसा (से) विकल्प सही है (हैं)?

(1) $\sin(7\cos^{-1} f(5))=0$

(2) यदि $\alpha = \tan(\cos^{-1} f(6))$, तब $\alpha^2+2\alpha-1=0$

(3) $\lim\limits_{n\to 0} f(n) = \dfrac{1}{2}$

(4) $f(4)=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

Sol. **1,2,4**

$$f(n) = \frac{\sum\limits_{K=0}^{n} \cos\left[\left(\frac{K+1}{n+2}\right) - \left(\frac{K+2}{n+2}\right)\pi\right] - \cos\left[\left(\frac{K+1}{n+2} + \frac{K+2}{n+2}\right)\pi\right]}{\sum\limits_{K=0}^{n} 2\sin^2\left(\frac{K+1}{n+2}\right)\pi}$$

$$= \frac{\sum\limits_{K=0}^{n}\left[\left(\cos\frac{\pi}{n+2}\right) - \cos\left(\frac{2K+3}{n+2}\right)\pi\right]}{\sum\limits_{K=0}^{n}\left[1 - \cos 2\left(\frac{K+1}{n+2}\right)\pi\right]}$$

$$= \frac{\left(\cos\left(\frac{\pi}{n+2}\right)\right)(n+1) - \left[\cos\left(\frac{3\pi}{n+2}\right) + \cos\left(\frac{5\pi}{n+2}\right) + \ldots + \cos\left(\frac{2n+3}{n+2}\right)\pi\right]}{(n+1) - \sum\limits_{K=0}^{n} \cos 2\left(\frac{K+1}{n+2}\right)\pi}$$

$$= \frac{\left(\cos\left(\frac{\pi}{n+2}\right)\right)(n+1) - \frac{\sin(n+1)\frac{\pi}{n+2}}{\sin\left(\frac{\pi}{n+2}\right)}\cos\left[\left(\frac{n+3}{n+2}\right)\pi\right]}{(n+1) - \frac{\sin\left((n+1)\frac{\pi}{n+2}\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{n+2}\right)}.(\cos\pi)}$$

$$= \frac{\left\{\cos\left(\frac{\pi}{n+2}\right)\right\}(n+1) + \cos\left(\frac{\pi}{n+2}\right)}{n+2}$$

$$f(n) = \frac{\cos\left(\frac{\pi}{n+2}\right)(n+2)}{(n+2)}$$

$$F(n) = \cos\left(\frac{\pi}{n+2}\right)$$

(a) $f(5) = \cos\left(\frac{\pi}{7}\right)$

$\sin\left(7\frac{\pi}{7}\right) = 0$

(b) $\alpha = \tan[\cos^{-1}(\cos\pi/8)]$

$= \tan\frac{\pi}{8}$

$\alpha = \sqrt{2} - 1$

Then $\alpha^2 + 2\alpha - 1 = 0$

(c) $\lim_{n\to\infty}\cos\left(\frac{\pi}{n+2}\right) = 1$

(d) $f(4) = \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

5. माना कि $x \in R$ तथा माना कि

$$P = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}, \qquad Q = \begin{bmatrix} 2 & x & x \\ 0 & 4 & 0 \\ x & x & 6 \end{bmatrix} \text{ और } R = PQP^{-1}.$$

तब निम्न में से कौनसा (से) विकल्प सही है (हैं)?

(1) x = 0, के लिए, यदि $R\begin{bmatrix}1\\a\\b\end{bmatrix}=6\begin{bmatrix}1\\a\\b\end{bmatrix}$, तब a+b = 5

(2) एक एसी वास्तविक संख्या x सम्भव है जिसके लिए PQ = QP

(3) x=1, के लिए, एक ऐसा मात्रक सदिश (unit vector) $\alpha\hat{i}+\beta\hat{j}+\gamma\hat{k}$ सम्भव है, जिसके लिए $R\begin{bmatrix}\alpha\\\beta\\\gamma\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\0\\0\end{bmatrix}$

(4) सभी $x\in R$ के लिए, $\det R=\det\begin{bmatrix}2&x&x\\0&4&0\\x&x&5\end{bmatrix}+8$,

Sol. **1,4**

RP = PQ

det(R) det(P) = (det P) (dep Q)

(det R) (6) = (6) $(12 - x^2)$ (4)

det R = $48 - 4x^2$ $\longrightarrow$ optioin D correct

$$\text{Now } P-1 = \frac{1}{6}\begin{bmatrix}6&-3&0\\0&3&-2\\0&0&2\end{bmatrix}$$

$R = PQP^{-1}$

$$R = \frac{1}{6}\begin{bmatrix}6x+12&3x+6&4-10x\\12x&24&8-4x\\18x&0&36-6x\end{bmatrix}$$

Option I $\rightarrow$ x = 0

$$R = \frac{1}{6}\begin{bmatrix}12&6&4\\0&24&8\\0&0&36\end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{6}\begin{bmatrix}2&1&2/3\\0&4&4/3\\0&0&6\end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow R\begin{bmatrix}1\\a\\b\end{bmatrix} = 6\begin{bmatrix}1\\a\\b\end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix}2+a+\frac{2}{3}b\\4a+\frac{4}{3}b\\6b\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}6\\6a\\6b\end{bmatrix}$$

$$a + \frac{2}{3}b = 4\ ,\ \frac{4}{3}-b = 2a \Rightarrow a = 2,\ b = 3$$

a + b = 5
Option (b) PQ = QP Not possible
Option (c) x = 1

$$R = \frac{1}{6}\begin{bmatrix} 18 & 9 & -6 \\ 12 & 24 & 4 \\ 18 & 0 & 30 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 3 & 3/2 & -1 \\ 2 & 4 & 2/3 \\ 3 & 0 & 5 \end{bmatrix}$$

$$R\begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\left.\begin{aligned} 3\alpha + \frac{3}{2}\beta - \gamma &= 0 \\ 2\alpha + 4\beta + \frac{2}{3}\gamma &= 0 \\ 3\alpha + 5\gamma &= 0 \end{aligned}\right]$$

$\gamma = \frac{-3\alpha}{5}$, $\beta = \frac{-2\alpha}{5}$

$\alpha + \beta + \gamma = 0$

$\alpha, \frac{-2\alpha}{5}, \frac{-3\alpha}{5}$

5, – 2, – 3 [Not unit vector]

6. माना कि $f(x) = \frac{\sin \pi x}{x^2}$, x > 0.

माना कि f के सभी स्थानीय उच्चतम (local maximum) बिंदु $x_1 < x_2 < x_3 < \ldots < x_n < \ldots$ है और f के सभी स्थानीय न्यूनतम (local maximum) बिंदु $y_1 < y_2 < y_3 < \ldots < y_n < \ldots$ तब निम्न में से कौनसा (से) विकल्प सहीं है (हैं)?

(1) $x_1 < y_1$

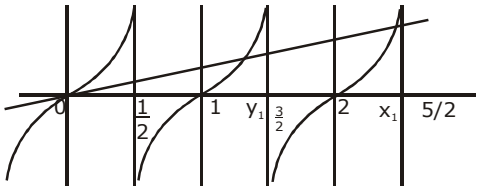
(2) प्रत्येक n के लिए $x_n \in \left(2n, 2n + \frac{1}{2}\right)$ है

(3) प्रत्येक n के लिए $|x_n - y_n| > 1$ है

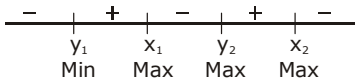
(4) प्रत्येक n के लिए $x_{n+1} - x_n > 2$ है

Sol. **1,3,4**

$$f'(x) = \frac{2x\cos \pi x\left(\frac{\pi x}{2} - \tan \pi x\right)}{x^4}$$



For f'(x)



7. माना कि $p_1 = 1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, $p_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$, $p_3 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$,

$p_4 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$, $p_5 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$, $p_6 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$,

और $x = \sum_{k=1}^{6} P_k \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix} P_K^T$

जहाँ अव्यूह (matrix) P_k के परिवर्त (transpose) को P_K^T से दर्शाया गया है। तब निम्न में से कौनसा (से) विकलप सही है?

(1) X के विकर्ण (diagonal) की प्रविष्टियों (entries) का योग 18 है।

(2) यदि $X\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \alpha \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$, तब $\alpha = 30$

(3) X एक सममित (symmetric) आव्यूह है।

(4) X – 30I एक व्युत्क्रमणीय (invertible) आव्यूह है।

Sol. **1,2, 3**

Clearly $P_1 = P^T_1 = P_1^{-1}$

$P_2 = P^T_2 = P_2^{-1}$

$P_6 = P_6^T = P_6^{-1}$

and $A^1 = A$, where $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$

Using formula $(A+B)^1 = A^1+B^1$

$X^1 = \left(P_1AP_1^T + ...P_6AP_2^T\right)^T + ...P_6A^TP_6^T = x$ $\Rightarrow$ x is symmetric

Let B = $\begin{bmatrix}1\\1\\1\end{bmatrix}$

XB = $P_1AP_1TB+P_2AP_2^TB+....+P_6APT_6B = P_1AB+PAB+....+P_6AB$

XB = $(P_1+P_2+.....P_6)\begin{bmatrix}6\\3\\6\end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix}6\times2+3\times2+6\times2\\6\times2+3\times2+6\times2\\6\times2+3\times2+6\times2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}30\\30\\30\end{bmatrix} = 300 \Rightarrow \alpha = 30$

Since x $\begin{bmatrix}1\\1\\1\end{bmatrix} = 30\begin{bmatrix}1\\1\\1\end{bmatrix}$

$\Rightarrow$ (x–301)B = 0 has a non trivial solution B = $\begin{bmatrix}1\\1\\1\end{bmatrix}$

$\Rightarrow$ |x – 30| = 0

x = $P_1AP^T_1 + ...+P_6AP^T_6$

traco (x) = $t_1\ (P_1AP^T_1) +...\ (P_6P^T_6)$ = (2+0+1)+....+(2+0+1)=3×6=18

8. माना कि a∈ R|a| > 1, के लिए

$$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{1+\sqrt[3]{2}+...+\sqrt[3]{n}}{n^{7/3}\left(\frac{1}{(an+1)^2}+\frac{1}{(an+2)^2}+...+\frac{1}{(an+n)^2}\right)}\right)=54.$$

तब a का (के) सम्भावित मान है (है)

(1) 7 (2) –6 (3) 8 (4) –9

Sol. **3,4**

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1^{\frac{1}{3}}+2^{\frac{1}{3}}+....+n^{\frac{1}{3}}}{\frac{n^{\frac{1}{3}}n\,n}{n^2}\left[\frac{1}{\left(a+\frac{1}{n}\right)^2}+\frac{1}{\left(a+\frac{2}{n}\right)^2}+.....+\frac{1}{\left(a+\frac{n}{n}\right)^2}\right]}$$

$$\lim_{n\to\infty}\frac{\frac{1}{n}\sum_{r=1}^{n}\left(\frac{r}{n}\right)^{\frac{1}{3}}}{\frac{1}{n}\sum_{r=1}^{n}\left(\frac{1}{a+\frac{r}{n}}\right)^{2}} \Rightarrow \frac{\int_0^1 x^{\frac{1}{3}}dx}{\int_0^1 \frac{dx}{(a+x)^2}} \Rightarrow \frac{\frac{3}{4}\left(x^{\frac{4}{3}}\right)_0^1}{-\left(\frac{1}{a+x}\right)_0^1} = 54$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{3}{4}}{\left(\frac{1}{a+1}-\frac{1}{a}\right)} = 54 \Rightarrow \frac{3}{4}a(a+1) = 54$$

$a^2 + a - 72 = 0 \Rightarrow \quad a = -9, 8$

खण्ड-2 (अधिकतम अंक : 18)

- इस खण्ड में छः (06) प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर एक संख्यात्मक मान (NUMERICAL VALUE) है।
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर के सही संख्यात्मक मान का माउज (mouse) और ऑन स्क्रीन (on-screen) वचअल नुमेरिक कीपैड (virtual numeric keypad) के प्रयोग से उत्तर के लिए चिन्हित स्थान पर दर्ज करें। यदि संख्यात्मक मान में दो से अधिक दशमलव स्थान है, तो संख्यात्मक मान को दशमलव के दो स्थानों तक ट्रंकेट/राउंड–ऑफ (truncate/round-off) करें।
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्याकन निम्न योजना के अनुसार होगाः
  पूर्ण अंक : +3 यदि दर्ज किया गया संख्यात्मक मान (numerical value) ही सही उत्तर है।
  शून्य अंक : 0 अन्य सभी परिस्थितियों में

1. माना कि $\vec{a} = 2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$ और $\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$ दों सदिश (vectors) हैं। माना कि एक सदिश $\vec{c} = \alpha\vec{a} + \beta\vec{b}$. $\alpha,\beta,\in$ है। यदि सदिश $(\vec{a}+\vec{b})$ पर $\vec{c}$ का प्राक्षेप (projection) $3\sqrt{2}$ है, तब $\left(\vec{c}-(\vec{a}\times\vec{b})\right)\cdot\vec{c}$ का निम्नतम (minimum) मान बराबर_____

Sol. **18**

$$\frac{\bar{C}.\left[\bar{a}+\bar{b}\right]}{\left|\bar{a}+\bar{b}\right|} = 3\sqrt{2}$$

$\bar{C} = \alpha(2,1,-1)+\beta(1,2,1)$

$= (2\alpha+\beta,\ \alpha+2\beta,\ -\alpha+\beta)$

$$\frac{\bar{C}-\bar{a}+\bar{c}-\bar{b}}{\left|\bar{a}+\bar{b}\right|} = 3\sqrt{2}$$

$\bar{C}.\bar{a} = 2(2\alpha+\beta) + \alpha+2\beta+\alpha-\beta = 6\alpha + 3\beta$

$$\frac{(6\alpha+3\beta)+(6\beta+3\alpha)}{3\sqrt{2}} = 3\sqrt{2}$$

$\bar{c}.\bar{b} = 2\alpha+\beta + 2\alpha+4\beta+\alpha+\beta = 6\beta + 3\alpha$

$\boxed{(\alpha+\beta) = 2}$

$\left|\bar{a}+\bar{b}\right|^2 = 6+6+23$

$\left|\bar{a}+\bar{b}\right| = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$

Now $\left(\bar{c}-(\bar{a}\times\bar{b})\right).\bar{c} = \left|\bar{c}\right|^2 - \left[\bar{a}\ \bar{b}\ \bar{c}\right] \qquad \because \left[\bar{a}\ \bar{b}\ \bar{c}\right] = 0$

$= (2\alpha+\beta)^2 + (\alpha+2\beta)^2+(-\alpha+\beta)^2$

$= 6\alpha^2 + 6\beta^2 + 6\alpha\beta = 6(\alpha^2+\beta^2+\alpha\beta)$

For minimum value $= \alpha = \beta = 1$

we get minimum value = 18

2. माना कि किसी धनात्मक पूर्णांक (positive integer) n के लिए

$$\det\begin{bmatrix} \sum_{k=0}^{n} k & \sum_{k=0}^{n} {}^nC_k k^2 \\ \sum_{k=0}^{n} {}^nC_k k & \sum_{k=0}^{n} {}^nC_k 3^k \end{bmatrix} = 0$$

तब $\sum_{k=0}^{n} \frac{{}^nC_k}{k+1}$ बराबर_____

Sol. **6.2**

$$\sum_{k=0}^{n}\left(k^2 - k + k\right){}^nG_c = \sum_{k=0}^{n}(k-1)k\,\frac{n}{k}\cdot\frac{n-1}{k-1}\,{}^{n-2}G_{c-2} + \sum_{r=0}^{n} k\,\frac{n}{k}\,{}^{n-1}C_{k-1}$$

$= n(n-1).\ 2^{n-2} + n\ 2^{n-1}$

$= n.2^{n-2}\ [(n-1)+2]$

$= n(n+1)\ 2^{n-2}$

$$\sum_{k=0}^{n} k\,\frac{n}{k}\,{}^{n-1}C_{n-1} = n2^{n-1}$$

$$\sum_{k=0}^{n} 3k\,{}^{n-1}C_{n-1} = {}^nC_o + 3^1({}^nC_1) + (3^2)\ n_e + \ldots + 3^n\ ({}^nC_n)$$

Now $\begin{vmatrix} \frac{n(n+1)}{2} & n(n+1)2^{n-2} \\ n2^{n-1} & 4^n \end{vmatrix} = 0$

$\begin{vmatrix} 2 & 2^n \\ n2^{n-1} & 4^n \end{vmatrix} = 0\ \ 2^{2n+1} = n.\ 2^{2n-1}$

$= \boxed{n = 4}$

$$\sum_{k=0}^{4} \frac{{}^4C_{1c}}{k+1} = \frac{{}^4C_0}{1} + \frac{{}^4C_1}{2} + \frac{{}^4C_2}{3} + \frac{{}^4C_3}{4} + \frac{{}^4C_4}{5}$$

$= 1+2+2+1+1/5$

$= \frac{31}{5}$

$= 6.20$

3. माना |X| समुच्चय (set) x के तत्वों (elements) की संख्या दर्शाता है। माना कि S = {1,2,3,4,5,6} एक प्रतिदर्श समष्टि ;sample space) है जिसमें प्रत्येक तत्व के आने की सम्भावना समान है। यदि A तथा B प्रतिदर्श समष्टि S, से सम्बद्ध स्वतंत्र घटनाएँ (independent events) है तब उन क्रमित–युग्मों (ordered pairs) (A,B) की संख्या जिसमें $1 \le |B| < |A|$, हो, बराबर_____

Sol. **(1523)**

Number of ordered pair (A B)

$^6C_1(^6C_2+^6C_3+....+^6C_6) + ^6C_2(^6C_3+^6C_4+^6C_5+^6C_6)+ ^6C_3(^6C_4+^6C_5+^6C_6)+^6C_4(^6C_5+^6C_6)+^6C_5{}^6C_6$

$= (^6C_1{}^6C_2+^6C_2+....^6C_3+^6C_6)+(^6C_1{}^6C_3+^6C_2{}^6C_4+^6C_3{}^6C_5+^6C_4{}^6C_6)$

$+ (^6C_1{}^6C_4+^6C_2{}^6C_5+^6C_3{}^6C_6)+(^6C_3{}^6C_5+^6C_2+^6C_6)+(^6C_1{}^6C_6)$

$= (^{12}C_5-^6C_1)+(^{12}C_4-^6C_2)+(^{12}C_3-^6C_3)+(^{10}C_2-^6C_4)+(^{12}C_1-^6C_1)$

$= (^{12}C_1+...+^{12}C_5)-(^6C_1+...+^6C_4+^6C_5)=1585-62=1523$

4. समाकलन (integral)

$$\int_0^{\pi/2} \frac{3\sqrt{\cos\theta}}{(\sqrt{\cos\theta}+\sqrt{\sin\theta})^5}\,d\theta$$

का मान बराबर _

Sol. **0.5**

$$I = \int_0^{\pi 2} \frac{3\sqrt{\cos\theta}}{\left(\sqrt{\cos\theta+\sqrt{\sin\theta}}\right)^5}$$

King prop and add.

$$2I = \int_0^{\pi 2} \frac{3}{\left(\sqrt{\cos\theta+\sqrt{\sin\theta}}\right)^4}$$

$$I = \frac{3}{2}\int_0^{\pi 2} \frac{3\sec^2\theta}{\left(\sqrt{1\sqrt{\sin\theta}}\right)^4}$$

$= \tan\theta = t^2$

$= \sec^2 q d\theta = 2\tan$

$$I = \frac{3}{2}\int_0^{\propto} \frac{2+dt}{(1+1)^4}$$

$$= 3\int_0^{\propto} \frac{t+1-1}{(t+1)^4}\,dt$$

$$= 3\left[\int_0^{\propto}\left[\frac{1}{(t+1)^3}-\frac{1}{(t+1)^4}\right]\right]dt$$

$$= \left[\frac{-1}{2(t+1)^2}+\frac{1}{3}\frac{}{(t+1)^3}\right]_0^{\propto}$$

$$= \quad 3\left[0-\left(-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)\right]$$

$$= \quad 3/6 \quad = \quad 0.5$$

5. पांच व्यक्ति A,B,C,D तथा E वत्तीय क्रम (circular management) में बैठे हैं। यदि प्रत्येक को तीन रंगों लाल, नीले तथ हरें रंग की टोपियों में से एक रंग की टोपी दी जाती है, तब टोपियों को कितने प्रकार से बाँट सकते हैं जिसमें संलग्न (adjacent) बैठे व्यक्तियों की टोपियों के रंग भिन्न हों –

Sol. **(30.00)**

Maximum number of hats used the same colour are 2. They cannot be 3 otherwise atleast 2 hats of same colour are consecutive.

Now, Let hats used are R, R, G, G, B

(Which can be selected in 3 ways. It can be RGGBB or RRGBB also)

Now, numbers of ways of disturbing blue hat (single one) in 5 person equal to 5

Let blue hat goes to person A.

Now, either position B & D are filled by green hats and C & E are filled by Rads hats or B & D are filled by Red hats and C & E are filled by Green hats

$\Rightarrow$ 2 ways are possible

Hence total number of ways=3×5×2=30ways

6. अंतराल (intervals) $\left[-\frac{\pi}{4},\frac{3\pi}{4}\right]$ में_____

$$\text{Sec}^{-1}\left(\frac{1}{4}\sum_{k=0}^{10}\text{Sec}\left(\frac{7\pi}{12}+\frac{k\pi}{2}\right)\text{Sec}\left(\frac{7\pi}{12}+\frac{(k+1)\pi}{2}\right)\right)$$

का मान बराबर _____

Sol. **0**

$$\text{Sec}^{-1}\left(\frac{1}{4}\sum_{k=0}^{10}\frac{1}{\cos\left(\frac{7\pi}{12}+\frac{k\pi}{2}\right)\cos\left(\frac{7\pi}{12}+\frac{(k+1)\pi}{2}\right)}\right)$$

$$\text{Sec}^{-1}\left(\frac{1}{4}\sum_{k=0}^{10}\frac{\sin\left(\frac{7\pi}{12}+\frac{(k+1)\pi}{2}\right)-\left(\frac{7\pi}{12}+\frac{k\pi}{2}\right)}{\cos\left(\frac{7\pi}{12}+\frac{k\pi}{2}\right)\cos\left(\frac{7\pi}{12}+(k+1)\frac{\pi}{2}\right)}\right)$$

$$\text{Sec}^{-1}\left(\frac{1}{4}\sum_{k=0}^{10}\left(\tan\left(\frac{7\pi}{12}+(k+1)\frac{\pi}{2}\right)-\tan\left(\frac{7\pi}{2}+k\frac{\pi}{2}\right)\right)\right)$$

$$\text{Sec}^{-1}\left(\frac{1}{4}\sum_{k=0}^{10}\left(\tan\left(\frac{7\pi}{12}+\frac{\pi}{2}\right)\right)+\left(\tan\left(\frac{7\pi}{12}+\frac{2\pi}{2}\right)\right)\right)\text{-tan}\left(\frac{7\pi}{12}+\frac{\pi}{2}\right)$$

$$+\ldots+\left(\tan\left(\frac{7\pi}{12}+\frac{11\pi}{2}\right)\right)-\tan\left(\frac{7\pi}{2}+\frac{10\pi}{2}\right)$$

$$\text{Sec}^{-1}\left(\frac{1}{4}\left(\tan\frac{13\pi}{12}-\tan\frac{7\pi}{12}\right)\right)$$

$$\text{Sec}^{-1}\left(\frac{1}{4}\left(\tan\left(\frac{\pi}{12}\right)-\tan\left(\frac{7\pi}{12}\right)\right)\right)$$

$$\text{Sec}^{-1}\left(\frac{1}{4}\left(\left(2-\sqrt{3}\right)+12+\sqrt{3}\right)\right)$$

$\text{Sec}^{-1}(1)$
$= 0.00$

खंड - 3 [अधिकतम अंक : 12]

- इस खंड में दो (02) सूची–समुलन (List-Match) सेट्स है।
- प्रत्येक सूची सुमेलन सेट (set) में दो (02) एकाधिक विकल्प प्रश्न (multiple choice question) है।
- प्रत्येक सूची–सुमेलन सेट में दो सूचिया है : सूची - II और सूची - II
- सूची-I में चार प्रविष्टियाँ (I), (II), (III) और (IV) है एवं सूची -II में छः प्रविष्टयॉ (P), (Q), (R), (S), (T) और (U) है।
- प्रत्येक एकाधिक विकल्प प्रश्न में सूची -I और सूची-II पर आधारित चार विकल्प दिये गये है, और इन विकल्पो में से केवल एक विकल्प ही एकाधिक विकल्प प्रश्न की शर्ते को पूरा करता है।
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्न योजना के अनुसार होगा –

पूर्ण अंक	: +3	यदि सिर्फ सही विकल्प को ही चुना गया हैं
शुन्य अंक	: 0	यदि कोई भी विकल्प नहीं चुना गया हैं (अर्थात् प्रश्न अनुसारित है)
ऋण अंक	: –1	अन्य सभी परिस्थितियों में।

अनुच्छेद में दी गई जानकारी के आधार पर सूचियों का उचित मिलान करके प्रश्न का उत्तर दें।

1. माना कि $f(x) = \sin(\pi\cos x)$ तथा $g(x) = \cos(2\pi \sin x)$ दों फलन (functions) है जो $x > 0$ में परिभाषित हैं। निम्नलिखित समुचचय (set) जिनके तत्वों को **बढ़ते हुए क्रम** में लिखा गया है, इस प्रकार परिभाषित हैं।

$X = \{x : f(x) = 0\}$, $Y = \{x : f'(x) = 0\}$,
$Z = \{x : g(x) = 0\}$, $W = \{x : g'(x) = 0\}$,

सूची (List-I) में X, Y, Z तथा W समुच्चय है। सूची (List-II) में इन समुच्चय के बारें में कुछ सूचनाएँ है।

सूची-**I**	सूची-**II**
(I) X	(P) $\supseteq \left\{\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, 4\pi, 7\pi\right\}$
(II) Y	(Q) समान्तर श्रेणी (an arithmetic progression)
(III) Z	(R) समान्तर श्रेणी नहीं है (NOT an arithmetic progression)
(IV) W	(S) $\supseteq \left\{\frac{\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}, \frac{13\pi}{6}\right\}$
	(T) $\supseteq \left\{\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}, \pi\right\}$

$$(U) \supseteq \left\{\frac{\pi}{6}, \frac{3\pi}{4}\right\}$$

निम्न में से कौनसा एकमात्र संयोजन सहीं है?
(1) (III), (P), (Q), (U)
(2) (IV), (P), (R), (S)
(3) (III), (R), (U)
(4) (IV), (Q), (T)

Sol. **2**

2. अनुच्छेद में दी गई जानकारी के आधार पर सूचियों का उचित मिलान करके प्रश्न का उत्तर दें।
माना कि $f(x)=\sin(\pi\cos x)$ तथा $g(x)=\cos(2\pi \sin x)$ दो फलन (function) हैं जो $x > 0$. निम्नलिखित समुचचय (set) जिनके तत्वों को **बढ़ते हुए क्रम** में लिखा गया है, इस प्रकार परिभाषित हैं।

$X = \{x : f(x)=0\}$, $Y = \{x, f'(x) =0\}$
$Z = \{x : g(x)=0\}$, $W = \{x : g'(x)=0\}$

सूची (List-I) में X,Y,Z तथा W समुच्चय है। सूची (List-II) में इन समुच्चय के बारें में कुछ सूचनाएँ है।

सूची-**I**		सूची-**II**	
(I)	X	(P)	$\supseteq \left\{\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, 4\pi, 7\pi\right\}$
(II)	Y	(Q)	समान्तर श्रेणी (an arithmetic progression)
(III)	Z	(R)	समान्तर श्रेणी नहीं है (NOT an arithmetic progression)
(IV)	W	(S)	$\supseteq \left\{\frac{\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}, \frac{13\pi}{6}\right\}$
		(T)	$\supseteq \left\{\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}, \pi\right\}$
		(U)	$\supseteq \left\{\frac{\pi}{6}, \frac{3\pi}{4}\right\}$

निम्न में से कौनसा एकमात्र संयोजन सहीं है?
(1) (I), (Q), (U) (2) (II),(Q), (T) (3) (I), (P), (R) (4) (II), (R), (S)

Sol. **2**

$f(x) = 0 \Rightarrow \sin(\pi\cos x) = 0$
$\Rightarrow \pi \cos x = n\pi \Rightarrow \cos x = n$

$\Rightarrow \cos x =-1, 0, 1 \quad \Rightarrow X = (n\pi,(2n+1) \frac{\pi}{2})$

$= (n\frac{\pi}{2},n)$

$f'(x) = 0 \Rightarrow \cos(\pi\cos x) (-\pi \sin x) = 0$

$\Rightarrow \pi\cos x = (2n + 1) \frac{\pi}{2}$ or $x = n\pi$

$\Rightarrow \cos x =-1, 0, 1 \quad \Rightarrow x =(n\pi(2n+1) \frac{\pi}{2}) = (n\frac{\pi}{2},n \in))$

$f'(x) = 0 \Rightarrow \cos(\pi\cos x) (-\pi\sin x) = 0$

$\Rightarrow \cos x = n + \frac{1}{2}$ or X $n\pi$

$\Rightarrow \cos x = \pm\frac{1}{2}$ of $x = n\pi$

$\Rightarrow y = \left\{an\pi = \frac{\pi}{3} 2\pi r = \frac{2\pi}{3}, n\pi n\right\}$

$g(x) = 0 \quad \Rightarrow \cos(2x\sin x) = 0 \quad \Rightarrow 2\pi\sin x = (2n+1)\frac{\pi}{2}$

$\Rightarrow \sin x = \frac{2n+1}{2} - \frac{1}{2} + \frac{3}{2}$

$\Rightarrow \cos x = n + \frac{1}{2}$ or $x\ n\pi \quad \Rightarrow \cos x = \pm\frac{1}{2}$ or $x = n\pi$

$\Rightarrow y = \left\{2n\pi \pm \frac{\pi}{3}, 2n\pi \pm \frac{2\pi}{3}, n\pi, n \in 1\right\}$

$g(x) = 0 \quad \Rightarrow \cos(2\pi\sin x) = 0$

$\Rightarrow 2\pi \sin x = (2n + 1)\frac{\pi}{2} \quad \Rightarrow \sin x = \frac{2n+1}{4} = \pm\frac{1}{4} \pm \frac{3}{4}$

$\Rightarrow Z = \left\{n\pi \pm \sin 1\frac{1}{4}, n\pi \pm \sin 1\frac{3}{4}, n \in 1\right\}$

$g'(x) = 0 \quad \Rightarrow -\sin(2\pi\sin x)\ (2\pi\cos x) = 0$

$\Rightarrow 2\pi \sin x = n\pi$ or $x = (2n + 1)\frac{\pi}{2} \quad \Rightarrow \sin x = \frac{n}{2} = 0, \pm\frac{1}{2}, \pm 1$ or $x = (2n + 1)\frac{\pi}{2}$

$\Rightarrow W = \left\{n\pi, (2n+1)\frac{\pi}{2}, np\frac{\pi}{6}, n \in 1\right\}$

3. अनुच्छेद में दी गई जानकारी के आधार पर सूचियों का उचित मिलान करके प्रश्न का उत्तर दें।

ekukfd oÙk (circle) $c_1 : x^2+y^2=9$ तथा वत्त $c_2 : (x-3)^2+(y-4)^2=16$, एक–दूसरे बिन्दुओं x तथा y पर काटते है। मान लीजिए एक और वत्त $C_3 : (x-h)^2+(y-k)^2=r^2$ निम्नलिखित शर्तों को सन्तुष्ट करता है:

(i) C_3 का केन्द्र (centre) C_1 तथा C_2 के केन्द्रों के सरेख (collinear) है।

(ii) C_1 तथा C_2 दोनों C_3 के अन्दर है और

(iii) C_3, C_1 को M और C_2 को N पर स्पर्श करता है।

माना कि X और Y से होकर जाने वाली रेखा C_3 को Z और W, पर काटती है तथा C_1 तथा C_3 की उभयनिष्ठ स्पर्श–रेखा (common tangent) परवलय $x^2 = 8\alpha y$ की स्पर्श–रेखा है।

सूची–I में कुछ व्यंजक (expressions) जिनका मान नीचे दीं गयी सूची–II में है।

	List I		List II
(I)	$2h + k$	(P)	6
(II)	$\frac{ZW \text{ की लम्बाई}}{XY \text{ की लम्बाई}}$	(Q)	$\sqrt{6}$
(III)	$\frac{\text{त्रिभुज } MZN \text{ की क्षेत्राफल}}{\text{त्रिभुज } ZMW \text{ की क्षेत्राफल}}$	(R)	$\frac{5}{4}$
(IV)	α	(S)	$\frac{21}{5}$

(T) $2\sqrt{6}$

(U) $\frac{10}{3}$

निम्न में से कौनसा एकमात्र संयोजन **सही** है?

(1) (II), (T) (2) (I), (U) (3) (I), (S) (4) (II), (Q)

Sol. **4**

4. अनुच्छेद में दी गई जानकारी के आधार पर सूचियों का उचित मिलान करके प्रश्न का उत्तर दें।

माना कि (circles) $C_1 : x^2+y^2=9$ तथा वत्त $C_2 : (x-3)^2+(y-4)^2=16$, एक दूसरे को बिन्दु X और Y पर काटते हैं। मान लीजिए एक और वत्त $C_3 : (x-h)^2+(y-k)^2=r^2$ निम्नलिखित शर्तों को सन्तुष्ट करता है:

(i) C_3 का केंद्र (centres) C_1 तथा C_2 केंद्रों के सरेख (collinear) है।

(ii) C_1 तथा C_2 दोनों C_3 के अन्दर है और

(iii) C_3, C_1 को M और C_2 को N पर स्पर्श करता है।

माना कि X और Y से होकर जाने वाली रेखा C_3 को Z और W, पर काटती है तथा C_1 और C_3 की एक उभयनिष्ठ स्पर्श–रेखा (common tangent) परवलय $x^2 = 8\alpha y$ की स्पर्श–रेखा है।

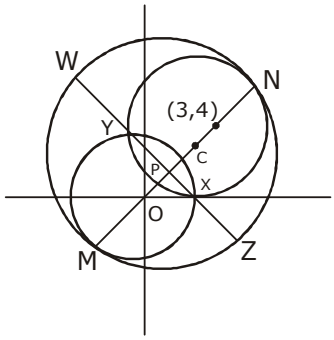
सूची-I (List I) में कुछ व्यंजक (expression) है जिनका मान नीचे दी गयी सूची-II (List II) में है।

	List I		**List II**
(I)	$2h + k$	(P)	6
(II)	$\frac{\text{ZW की लम्बाई}}{\text{XY की लम्बाई}}$	(Q)	$\sqrt{6}$
(III)	$\frac{\text{त्रिभुज MZN की क्षेत्रफल}}{\text{त्रिभुज ZMW की क्षेत्रफल}}$	(R)	$\frac{5}{4}$
(IV)	α	(S)	$\frac{21}{5}$
		(T)	$2\sqrt{6}$
		(U)	$\frac{10}{3}$

निम्न में से कौनसा एकमात्र संयोजन **गलत** है?

(1) (IV), (S) (2) (IV), (U) (3) (I), (P) (4) (III), (R)

Sol. **1**



(i) $2r = MN = 3 + \sqrt{3^2+4^2} + 4 = 12 \Rightarrow r = 6$

Contre C of circle C_3 lies on $y = \frac{4}{3}x$

Let C $\left(h, \frac{4}{3}h\right)$

OC = MC = OM = $\frac{12}{2} - 3 = 3 \therefore \quad \sqrt{h^2 + \frac{16}{9}h^2} = 3 \quad \Rightarrow \frac{5h}{3} = 3 \Rightarrow \quad h = \frac{9}{5}$

K = $\frac{4}{3}h = \frac{12`}{3} \quad \therefore \quad 2h + K = \frac{18}{5} + \frac{12}{5} = 6$

(ii) Equation of line ZW

$C_1 - C_2 = 0 \quad \Rightarrow 3x + 4y = 9$

Distance of ZW from (0,0)

$\frac{|-9|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{9}{5}$

Length of XY = $2\sqrt{3^2 - \left(\sqrt{\frac{9}{5}}\right)^2} = \frac{24}{5}$

Distance of ZW from C $\quad \Rightarrow \quad \frac{\left|\frac{3 \times 9}{5} + 4\frac{12}{5} - 9\right|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{24\sqrt{6}}{5}$

$\therefore \quad \frac{\text{Length of ZW}}{\text{length of XY}} = \sqrt{6}$

(iii) Area of ΔMZN = $\frac{1}{2}$ MN $\left(\frac{1}{2}ZW\right) = \frac{72\sqrt{6}}{5}$

Area of ΔZMW = $\frac{1}{2}$ ZW (OM + OP) = $\frac{1}{2} \frac{24\sqrt{6}}{5}$

$\left(3 + \frac{9}{5}\right) = \frac{288\sqrt{6}}{25} \quad \therefore \quad \frac{\text{Area of } \Delta MZN}{\text{Area of } \Delta ZMW} = \frac{5}{4}$

(iv) Slop of tangent to C_1 at M = $\frac{-1}{4/3} = -\frac{3}{4}$

$\therefore$ Equation of tangent y = mx $-3\sqrt{1 + m^2}$

$y = -\frac{3}{4} \times -3\sqrt{1 + \frac{9}{16}}$

$y = \frac{-3x}{4} - \frac{15}{4} \Rightarrow \quad x = -\frac{4y}{3} - 3$.....(i)

tangent to $x^2 = 4(2\alpha)y$ is

$x = my + \frac{2\alpha}{m}$ ....(ii)

Compare (i) and (ii)

$m = -\frac{4}{3}$ and $\frac{2\alpha}{m} = -5 \Rightarrow \quad \alpha = \frac{10}{3}$

हमारा विश्वास... हर एक विद्यार्थी है ख़ास

MOTION™
Nurturing potential through education

Based on JEE Advanced'19

MARKS	FEE (After Scholarship)
140 above	Drona Residential Program Free
120 to 139	₹ 0
100 to 120	₹ 14,500
90 to 99	₹ 29,000
80 to 89	₹ 43,500
69 to 79	₹ 58,000
40 to 69	₹ 87,000

*Scholarship Applicable at Kota Center Only

Based on JEE Main'19

JEE Main Percentile	English	Hindi
	Fees (After Scholarship)	
99 & Above	Drona Residential Program Free	
97.5 To 99	₹ 0	₹ 0
97 To 97.5	₹ 14,500	₹ 14,500
96.5 To 97	₹ 29,000	₹ 29,000
96 To 96.5	₹ 58,000	₹ 58,000
95.5 To 96	₹ 65,250	₹ 65,250
95 To 95.5	₹ 72,500	₹ 72,500
93 To 95	₹ 87,000	₹ 87,000
90 To 93	₹ 1,01,500	₹ 94,250
85 To 90	₹ 1,08,750	₹ 1,01,500
80 To 85	₹ 1,16,000	₹ 1,08,750
75 To 80	₹ 1,30,500	₹ 1,23,250

JEE MAIN Special Batch
for Class 14th Repeaters

Flat 50% Scholarship

(Fee after Scholarship) **Only ₹ 46,750**